

MATEMÁTICAS

Izarbe PÉREZ CHAPARRO

CREACIÓN DE MATERIALES
DIDÁCTICOS PARA TRABAJAR LA
PROPORCIONALIDAD EN
EDUCACIÓN PRIMARIA

TFG/*GBL* 2014



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

CREACIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA TRABAJAR LA PROPORCIONALIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Izarbe PÉREZ CHAPARRO

**FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**

Estudiante / Ikaslea

Izarbe PÉREZ CHAPARRO

Título / Izenburua

Creación de materiales didácticos para trabajar la proporcionalidad en Educación Primaria

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

M^a Inmaculada LIZASOAIN IRISO

Departamento / Saila

Matemáticas/Matematika

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2013/2014

Semestre / Seihilekoa

Semestre de Otoño/ Udazkeneko Seihilekoa

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se desarrolla principalmente a lo largo de la última parte del primer apartado, que se corresponde con los antecedentes y al finalizar el segundo apartado, que se corresponde con el marco teórico. En estos apartados se hace referencia a varios autores que han hecho grandes aportaciones a la educación, como son Piaget e Inhelder.

El módulo *didáctico y disciplinar* permite trabajar las matemáticas para el desarrollo del concepto de proporcionalidad. Se concreta a lo largo de todo el trabajo ya que está presente en todos los apartados indicados en el índice, donde se expone el concepto de proporcionalidad y los materiales didácticos propuestos para su enseñanza en Educación Primaria.

Además, el primer apartado, que se corresponde con los antecedentes, realiza un recorrido histórico a través de algunas leyes de educación y decretos forales que se derivan de las mismas para el establecimiento del currículo de Matemáticas en la Comunidad Foral de Navarra. Por último, también podemos observar referencias al currículo de Matemáticas de Educación Primaria en el segundo apartado, que trata del marco teórico.

Asimismo, el módulo *practicum* se enmarca en el apartado tres, que se corresponde con los materiales y métodos, donde se desarrolla la propuesta de creación de materiales didácticos para trabajar en Educación Primaria. Este módulo permite poner en práctica una de las propuestas diseñadas de trabajo para poder conseguir así los objetivos que se proponen en la misma.

Resumen

En este trabajo se proponen una serie de materiales didácticos para trabajar el concepto de proporcionalidad a lo largo de la etapa de Educación Primaria. Para ello se analizan las principales aportaciones matemáticas y pedagógicas de diferentes autores a la enseñanza de este concepto, así como la influencia de las distintas leyes de educación en el tratamiento del tema en las primeras etapas escolares.

Se trata de un trabajo empírico, donde se intenta determinar si el modelo teórico que se propone, junto con la propuesta de ejercicios para trabajar el concepto de proporcionalidad a lo largo de toda la etapa de Educación Primaria, mejoran la adquisición del concepto.

Entre los materiales diseñados, se encuentra una propuesta didáctica que hemos puesto en práctica; además, se ofrecen los resultados y conclusiones de la misma.

Palabras clave: Materiales didácticos, proporcionalidad, Educación Primaria, enseñanza-aprendizaje.

Abstract

In this document, some didactic materials are designed to work the concept of proportionality throughout the stage of basic education.

For this, the main mathematical and pedagogical contributions from several authors to the teaching of this concept are analyzed, as well as the influence of the education laws in dealing with this theme in the first stages of basic education.

It is an empiric work, in order to determine whether the theoretical model proposed, together with the proposal exercises to work with the concept of proportionality, get a better comprehension of the concept.

Among those designed didactic materials, there is a didactic unit implemented here, together with its results and conclusions.

Keywords : Didactic materials, proportionality, basic education, teaching-learning.

Índice

Introducción

1. Antecedentes, objetivos y cuestiones	1
1.1. Antecedentes	1
1.1.1. LGE	1
1.1.2. LOGSE	2
1.1.3. LOE	3
1.1.4. Principales aportaciones de autores	4
1.2. Objetivos	6
1.3. Cuestiones	7
2. Marco teórico : Fundamentación e implicaciones docentes	8
3. Material y métodos	16
3.1. Materiales didácticos para el estudio de la proporcionalidad en Educación Primaria	17
3.1.1. Materiales didácticos 1º de Primaria	17
3.1.2. Materiales didácticos 2º de Primaria	20
3.1.3. Materiales didácticos 3ª de Primaria	24
3.1.4. Materiales didácticos 4º de Primaria	27
3.1.5. Mareriales didácticos 5º de Primaria	31
3.1.6. Materiales didácticos 6º de Primaria	35
4. Resultados y su discusión	37
4.1. Sesión 1	37
4.2. Sesión 2	38
4.3. Sesión 3	38
4.4. Sesión 4	40
4.5. Sesión 5	42
4.6. Sesión 6	42
4.7. Evolución de las sesiones	43

Conclusiones y cuestiones abiertas

Referencias

Anexos

- A. Anexo I
- A. Anexo II
- A. Anexo III
- A. Anexo IV
- A. Anexo V
- A. Anexo VI
- A. Anexo VII
- A. Anexo VIII
- A. Anexo IX
- A. Anexo X
- A. Anexo XI

Introducción

El presente trabajo pertenece al área de Didáctica de las Matemáticas. Entre la variedad de temas propuestos para realizar el Trabajo de Fin de Grado, esta era la propuesta que más me interesaba, por la presencia de las matemáticas en nuestra vida cotidiana, el caudal de conocimiento que genera el estudio de las mismas, el hecho de que atraviesa varios estadios en la educación y porque resulta imprescindible su correcta aplicación en la etapa de Educación Primaria.

El tema elegido fue “La creación de materiales didácticos para trabajar las matemáticas”. Puesto que dicha propuesta era muy amplia y con gran libertad para elegir qué tipo de materiales didácticos quería crear y para qué, acoté la propuesta en “La creación de materiales didácticos para trabajar la proporcionalidad durante la Educación Primaria”.

Para explicar por qué escogí trabajar este tema, he de justificar el valor de la enseñanza de la proporcionalidad:

- En primer lugar, el niño, desde el inicio de su vida, utiliza la noción de proporcionalidad para desenvolverse en el entorno en el que vive. Comienza a estimar el tamaño real de objetos cotidianos que ve representados en diferentes formatos, en carteles, fotografías, televisión...
- Otra razón es la presencia de la proporcionalidad en el curriculum de Educación Primaria en diferentes áreas, como en conocimiento del medio en lo que se refiere a tasas de natalidad y mortalidad, densidad de población...
- Además, a través de la enseñanza de las matemáticas tanto en Educación Primaria como durante la Educación Secundaria Obligatoria, la proporcionalidad es el concepto en la que se unifican diferentes nociones como:
 - Razón y proporción.
 - Fracciones.
 - Números decimales.
 - Porcentajes.
 - Cambio de unidades.

- Cambio de escalas.
- Semejanza de figuras geométricas.
- Destaca la importancia de la proporcionalidad en las Ciencias y Tecnología, en la formulación de leyes referentes a la velocidad, la aceleración, la densidad...
- Y, por último, como una de las razones principales, la proporcionalidad asume una importancia fundamental en el desarrollo de la inteligencia. La epistemología considera la proporcionalidad como uno de los esquemas más relevantes en el estadio de las operaciones formales (Inhelder y Piaget, 1955).

En diversas ocasiones, los niños ven el aprendizaje de las matemáticas como una fuente de conocimiento hermético e incluso inaccesible. En el desarrollo de este trabajo, voy a proponer una serie de secuencias didácticas que son aplicables a los diferentes cursos de la Educación Primaria. Con ellas pretendo trabajar la proporcionalidad desde los inicios de la etapa de Primaria hasta el final de la misma, bajo un punto de vista accesible y abierto a diferentes opciones.

Aunque este trabajo es empírico, en esta ocasión no he podido ponerlo en práctica en su totalidad, ya que el proceso duraría seis años para permitir apreciar los resultados finales. No obstante, los materiales creados para la secuencia didáctica de segundo de primaria, van a ser puestos en práctica durante un periodo de diez semanas en el colegio donde me encuentro realizando las Prácticas Escolares, por lo que conozco a los estudiantes, el nivel en el que se encuentran, hasta donde pueden llegar y cómo pueden trabajar.

Pretendemos que los conocimientos que adquieran los alumnos a través de la puesta en práctica de esta secuencia didáctica, les proporcionen un aprendizaje significativo, que puedan aplicar tanto en el presente (etapa de Educación Primaria) como en el futuro (vida cotidiana).

1. ANTEDECENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1 Antecedentes

Actualmente podemos encontrar con facilidad en el currículo de Educación Primaria el concepto de proporcionalidad trabajado de diferentes formas y en distintas áreas. En el área de matemáticas podemos observar la importancia de este contenido en los diferentes ciclos, desde su aparición en primer ciclo en la construcción de tablas de multiplicar apoyándose en la repetición de un número varias veces, hasta la expresión de partes, utilizando porcentajes, en el tercer ciclo.

Los contenidos que se refieren al estudio de la proporcionalidad quedan reflejados en el currículo como una serie de conceptos que se amplían de ciclo a ciclo y que influyen en diferentes materias.

Para conocer la relevancia de la proporcionalidad en el currículo de Educación Primaria, es necesario analizar los antecedentes de la configuración del mismo tal y como hoy lo conocemos. Para ello hay que tener en cuenta dos aspectos muy relevantes:

- Por un lado, las diferentes leyes de educación que se han ido sucediendo en estos últimos años, y los decretos forales que se derivan de las mismas y que establecen el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra.
- Y por otro lado, las aportaciones a la enseñanza del concepto de proporcionalidad por parte de diferentes autores a lo largo de los años.

1.1.1. LGE (1970): Ley General de Educación.

El principal objetivo de esta ley fue el de hacer partícipe de la educación a toda la población española. En definitiva, crear un sistema educativo que desarrollara al máximo la capacidad de todos los españoles.

Uno de los principios más relevantes de esta ley es la conexión e interrelación entre diferentes niveles, ciclos y modalidades. Además de las materias instrumentales, se incorporan nuevas áreas de enseñanza. Se pretende cambiar el enfoque de las

materias tradicionales (matemáticas y lengua castellana) y se proponen como principios la globalización y la interdisciplinariedad.

La Educación Primaria en estos años se denomina Educación General Básica y comprende un periodo de ocho años. Está dividida en dos etapas:

- La primera para los niños con edades entre seis y diez años. En esta etapa se acentúa el carácter globalizado de las enseñanzas.
- La segunda para los niños con edades entre once y trece años. En esta etapa habrá una moderada diversificación de las enseñanzas con el fin de facilitar al alumno opciones de estudio y trabajo.

1.1.2. LOGSE (1990): Ley Orgánica General del Sistema Educativo.

Uno de los objetivos que pretende esta ley es que el sistema educativo tenga como principio básico la educación permanente.

El sistema educativo se ordenará en niveles, etapas, ciclos y grados de tal forma que se regule la transición entre los mismos y dentro de cada uno de ellos.

A los efectos de esta ley, aparece el currículo entendido como el conjunto de objetivos, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada uno de los niveles, etapas, ciclos, grados y modalidades. A raíz de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo, se establece en Navarra el Decreto Foral 100/1992 de 16 de marzo, que organiza los contenidos de las áreas del currículo en bloques en los que se especifican los conceptos, procedimientos y actitudes en la enseñanza.

La Educación Primaria y la Educación Secundaria constituyen la enseñanza básica durante un periodo de diez años comprendido entre los seis y los dieciséis años de edad.

El periodo de Educación Primaria durará seis cursos, desde los seis hasta los doce años de edad. La finalidad de este nivel es la adquisición de los elementos básicos culturales relativos a la expresión oral, lectura, escritura y cálculo aritmético, así como la progresiva autonomía del alumno en la vida cotidiana.

Una de las contribuciones relevantes de esta ley de Educación, es la de conseguir que los niños sean capaces de aplicar a las situaciones cotidianas operaciones simples y procedimientos lógicos elementales.

Podemos observar que, al apoyar las matemáticas en hechos y situaciones que son significativos para los alumnos, estos se acercan más a la realidad para explorarla, representarla, explicarla y predecirla.

El desarrollo del aprendizaje matemático se basa en la experiencia y la inducción ya que, a partir de situaciones concretas, los alumnos van a ir adquiriendo representaciones lógicas que, en el futuro, se formalizarán en un sistema deductivo, independiente de la experiencia directa. Es aquí donde podemos observar un cambio en la enseñanza de las matemáticas, que empieza a desarrollarse desde lo concreto a lo abstracto, algo muy relevante para el estudio de la proporcionalidad.

Por último, es importante reseñar que la metodología didáctica incorporada en esta ley se orientará al desarrollo general del alumno, integrando sus distintas experiencias y aprendizajes. La enseñanza tendrá un carácter personal y se adaptará a los diferentes ritmos de aprendizaje de cada niño.

1.1.3 LOE (2006): Ley Orgánica de Educación

Esta nueva ley tiene tres principios fundamentales: proporcionar una educación de calidad a todos los ciudadanos y en todos los niveles educativos, la colaboración de los componentes de la comunidad educativa para conseguir el ambicioso objetivo anterior y el principio del esfuerzo, para lograr una educación de calidad asumida por parte de los miembros de la comunidad educativa.

La Ley Orgánica de Educación 2/2006 del 3 de mayo establece un nuevo marco educativo. Así pues, el 19 de marzo de 2007 entra en vigor el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra, que establece el Decreto Foral 24/2007.

Una de las novedades de esta ley consiste en la realización de una evaluación diagnóstica de las competencias básicas alcanzadas por el alumnado al finalizar cuarto de primaria, que tendrá carácter formativo y orientador, y proporcionará información

sobre la situación del alumnado. Con esta ley se propone el desarrollo de las competencias básicas, a través del trabajo en las áreas del currículo.

También aparece como novedad en el currículo la asignatura de Educación para la Ciudadanía junto con nuevos contenidos de las diferentes áreas. La organización del sistema educativo en etapas, ciclos, grados, cursos y niveles.

La educación básica está constituida por la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria. Tiene una duración de diez años, desde los seis hasta los doce años de edad, como en la LOGSE.

La Educación Primaria está comprendida en seis cursos y tiene la finalidad de proporcionar a todos los niños y niñas una educación que permita afianzar su desarrollo personal, así como adquirir las habilidades culturales básicas relativas a la expresión y comprensión oral, a la lectura, escritura y al cálculo. Además, como novedad, cumple la finalidad de desarrollar las habilidades sociales, los hábitos de trabajo y estudio, sentido artístico, creatividad y afectividad.

Una de las contribuciones relevantes de esta ley de educación es la de procurar que los niños adquieran las competencias matemáticas básicas y se habitúen a resolver problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, tanto como a aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

Una vez más, podemos observar a raíz de esta nueva contribución, la necesidad de formar alumnos competentes en la resolución de problemas realizando operaciones concretas, para que sean capaces de aplicarlos a situaciones de la vida cotidiana. Esto afecta especialmente al estudio de la proporcionalidad. De cómo se trabaje en la Educación Primaria, dependerá que los alumnos sean o no capaces de aplicarlo en su vida cotidiana.

La etapa de Educación Primaria comprende tres ciclos de dos cursos cada uno y se organiza en áreas que tendrán un carácter global e integrador. Además, las áreas que tengan carácter instrumental, como las matemáticas, recibirán una especial consideración.

Puesto que las áreas tendrán un carácter global e integrador, surge la necesidad de incluir contenidos matemáticos en otras áreas. En este sentido, la proporcionalidad juega un importante papel ya que, como se expone en la justificación del trabajo, es un concepto que se aplica a diferentes áreas y diferentes niveles educativos. Por lo que la novedad de este sistema educativo resulta de gran interés para la realización de este trabajo.

Debido a esto, las actividades diseñadas tendrán que tener concretamente carácter globalizador e integrador respecto a otras asignaturas y, generalmente, carácter globalizador e integrador respecto a la vida cotidiana de los alumnos.

Una vez realizado un pequeño recorrido a través de las leyes de educación y el currículo en lo que se refiere a la evolución de la educación y su repercusión en el área de las matemáticas, se presentan a continuación aportaciones de algunos de los autores más influyentes en el estudio de la psicología evolutiva y las matemáticas y que, por lo tanto, han sido referentes en muchos de los planes de estudio a lo largo de la historia.

1.1.4. Principales aportaciones de autores

De acuerdo con M.Luisa Fiol y Josep M. Fortuny (1999), desde la antigüedad, las personas han intentado comprender y explicar el mundo que les rodea. Al descubrir algunas relaciones entre distintos fenómenos de la naturaleza, han necesitado elaborar un lenguaje capaz de explicarlas. Un lenguaje complejo, con signos y reglas propios. Ya en la Grecia antigua, surgen trabajos en este sentido por parte de autores como Thales, Euclides y Pitágoras.

A raíz de la idea de precisar el concepto de semejanza entre distintas figuras geométricas, aparece la noción de proporcionalidad, que toma forma desde la antigüedad en el conocido teorema de Thales de Mileto. Este teorema sigue siendo utilizado de manera frecuente por los arquitectos y otros profesionales.

La noción de semejanza presentada por Thales surge de la necesidad de comparar aspectos de la misma especie o, dicho de otra forma, de querer encontrar relaciones entre las magnitudes de diferentes objetos.

Euclides (300 a. c.) expone en su libro V de los Elementos las bases de la idea general de razón. Utiliza el método axiomático del encadenamiento de axiomas, definiciones y proporciones. Esto crea la necesidad de describir a grandes rasgos las proporciones sin utilizar nociones aritméticas. Su definición de proporción es utilizada hasta el siglo XIX.

En este recorrido histórico acerca de la evolución del concepto de proporción, no podemos olvidar mencionar los tratados medievales de Nicole Oresme (1323-1382) “Alorimus Proportiones” y los de Luca Pacioli (1445-1541), que escribe un tratado sobre el saber matemático de esa época y recoge también la teoría de Euclides acerca de las proporciones.

La proporcionalidad ha sido un concepto relevante en la historia de las matemáticas ya que ha estado presente en el estudio del mundo que rodea al hombre. Además, ha servido para responder a diferentes cuestiones necesarias para comprender el medio en que vivimos.

Pero además, la proporcionalidad resulta relevante en el desarrollo del conocimiento. Piaget consideró la proporcionalidad como uno de los conceptos básicos en el desarrollo de la inteligencia. Para él, este concepto constituía uno de los esquemas principales operatorios a los que acceden o deben acceder las personas en el tránsito de las operaciones concretas a las operaciones formales.

En los años treinta y cuarenta, Piaget estudió el tema a raíz de diferentes experiencias. Afirmó que la proporción supone una relación entre relaciones y requiere la construcción de la lógica de las proporciones.

Posteriormente, siguiendo la idea iniciada por Piaget, otros autores como Karplus, Freudenthal, Streenfland y Hart han realizado diversos trabajos acerca de la proporción.

1.2 Objetivos

Todo estudio se realiza con un propósito. El desarrollo de un estudio se puede hacer para informar, para enseñar, para poner en práctica, incluso para enriquecerse personalmente.

Al tratarse esta propuesta de un estudio/trabajo teórico-práctico se intentan englobar estos aspectos: Por un lado el trabajo se va a poner en práctica con el fin de alcanzar los objetivos principales expuestos más adelante. Además, se está informando al lector acerca de propuestas para el trabajo de la proporcionalidad en toda la Educación Primaria. Por último, este Trabajo Fin de Grado enriquece a la persona, tanto al emisor (quien lo ha trabajado) como al receptor (quien es informado y aprende).

Los objetivos principales de este trabajo son los siguientes:

- Intentar prevenir con actividades en los primeros ciclos de Primaria los errores más frecuentes observados por profesores de Educación Secundaria Obligatoria del concepto de proporcionalidad.
- Incluir actividades encaminadas al estudio de la proporcionalidad en todas las etapas de Educación Primaria para una adecuada adquisición del concepto.
- Elaborar materiales para todos los cursos de Educación Primaria, en función de las dificultades de los alumnos observadas en la ESO.

1.3 Cuestiones

Además de proponerse estos objetivos en el trabajo, también se plantean una serie de cuestiones a las que se pretenderá encontrar respuesta a lo largo de la puesta en práctica de alguno de los materiales propuestos en este trabajo empírico. Las cuestiones son las siguientes:

1. ¿Es posible incluir en los primeros cursos actividades encaminadas a preparar el aprendizaje de la proporcionalidad directa?
2. ¿Son capaces los alumnos de resolver problemas de proporcionalidad directa en el tercer ciclo sin recurrir directamente al algoritmo?
3. ¿Las propuestas didácticas de preparación al estudio de la proporcionalidad directa mejoran la adquisición del concepto?
4. ¿Qué situaciones de la vida cotidiana pueden presentarse a los alumnos como ayuda para la adquisición del concepto?
5. La utilización de recursos informáticos, ¿supone el incremento de la motivación para la preparación al estudio de la proporcionalidad directa?

A lo largo del trabajo se irá dando respuesta a estas cuestiones, en función de la puesta en práctica en segundo ciclo, aunque hay que ser consciente de que, tendríamos que aplicar el estudio durante los seis años de Educación Primaria para obtener los resultados esperados con la propuesta.

2. MARCO TEÓRICO: FUNDAMENTACIÓN E IMPLICACIONES DOCENTES

En este apartado, voy a tener en cuenta tres aspectos: la presencia de la noción de proporcionalidad en el currículo de Educación Primaria, las diferentes formas de definir el concepto y de qué forma se debería introducir la proporcionalidad según la madurez intelectual de los niños y niñas de Educación Primaria.

El Decreto Foral 24/2007 del 19 de marzo por el cual se establece el currículo de Educación Primaria, concede una importancia notable a la proporcionalidad, y por ello tiene un rol protagonista en muchos de los aspectos del currículo.

Tal y como establece el currículo, “las Matemáticas son un conjunto de saberes asociados en una primera aproximación a los números y las formas, que se van progresivamente completando hasta constituir un modo valioso de analizar situaciones variadas.” (Currículo de Educación Primaria en Navarra, Área de Matemáticas, 2007).

Las matemáticas son necesarias en la Educación Primaria por su doble función:

- Las matemáticas son útiles en otros ámbitos (en el desarrollo de otras áreas educativas, en el mundo laboral y en la vida cotidiana).
- El aprendizaje de las mismas aporta una formación intelectual y potencia las capacidades cognitivas de los alumnos.

El sentido del área de Matemáticas en la etapa de Educación Primaria es eminentemente experiencial. Los contenidos toman como referencia lo familiar y cercano del alumnado. Los alumnos deben adquirir conocimientos matemáticos utilizándolos en los contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida cotidiana.

Para ello, es importante que los alumnos trabajen las matemáticas partiendo de situaciones prácticas, para que el proceso matemático vaya encaminado a la

resolución de un problema real, a una inquietud por parte del alumnado, que requiere una respuesta que se puede dar con herramientas matemáticas. Es decir, la tarea matemática que realicen los alumnos siempre debe tener un contexto real y cercano a su vida diaria.

Como he expuesto anteriormente, el estudio de la proporcionalidad queda reflejado abundantemente en el currículo de Educación Primaria. De acuerdo con el currículo, podemos observar su presencia en los diferentes bloques de contenidos establecidos por el mismo:

- Bloque 1. Números y operaciones: asume el desarrollo del sentido numérico, entendido como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se concreta en la adquisición de diferentes habilidades.
- Bloque 2. La medida: estimación y cálculo de magnitudes: pretende facilitar la comprensión de los mensajes en los que se cuantifican magnitudes y se informa sobre situaciones reales que los alumnos deben llegar a interpretar correctamente.
- Bloque 3. Geometría: el alumno adquirirá conocimientos sobre formas y estructuras geométricas, así como sobre sus relaciones.

Además, también podemos observar que el concepto de proporcionalidad está presente en la contribución del área al desarrollo de las siguientes competencias básicas:

- Conocimiento e interacción con el mundo físico: Hace posible una mejor comprensión y una descripción más objetiva del entorno que rodea a los alumnos.
- Tratamiento de la información y competencia digital: Proporciona destrezas asociadas al uso de los números: comparación, aproximación, relaciones... facilitando así la comprensión de información que incorpora cantidades o medidas.
- Aprender a aprender: A menudo, las matemáticas son una potente herramienta para comprender informaciones de diferentes áreas.

El concepto de proporcionalidad puede resultar muy complejo en la etapa de Educación Primaria. Por ello, me gustaría analizar varios aspectos que habría que tener en cuenta en la enseñanza-aprendizaje de este concepto.

De acuerdo con M. Luisa Fiol y Josep M. Fortuny (1999), en primer lugar, para expresar la noción de proporcionalidad, razón, proporción... debemos diferenciar tres tipos de lenguaje:

- Lenguaje cotidiano: El concepto de proporcionalidad tiene diferentes significados, muchas veces muy alejados del significado que utilizamos en las matemáticas. Por ejemplo:
 - La palabra proporción puede sustituir diferentes palabras como: parte, trozo, de manera, según...
 - También puede indicar cualidad o aspecto: en sentido general, tamaño, cantidad, medida...
 - Y también se puede utilizar como expresión de una comparación o relación: entre dos números, comparando fracciones, magnitudes, como tanto por ciento...
- Lenguaje gráfico: en este lenguaje, el concepto a partir de fotos, dibujos, diagramas, esquemas..., está claramente presente en la vida diaria. No podemos olvidar que los niños y niñas desde que nacen, aprenden a ver. Dicho aprendizaje requiere tiempo para llegar a distinguir lo que se aprecia a simple vista de lo que se expresa en lenguaje gráfico.

En este lenguaje, podemos distinguir cuatro tipos de representaciones:

- El dibujo de lo real y la fotografía.
- La representación de magnitudes distintas, continuas o discretas, tomando agrupaciones.
- Las magnitudes expresadas a través de otras más visuales, como en el caso de los sectores circulares para representar proporciones.
- La representación gráfica de una función lineal donde prima la representación de la relación.

- Lenguaje formal: Desde los lenguajes más formalizados que comienzan hablando de magnitudes y proporcionalidad entre ellas, hasta los lenguajes propios de las aplicaciones prácticas del concepto de proporcionalidad.

La presencia de estos tres tipos de lenguaje asociados al concepto de proporcionalidad, crea una dificultad en los alumnos para la adquisición de dicho concepto.

Por ello, voy a intentar definir dicho concepto matemático de una forma simple, breve y adaptable a la maduración del lenguaje de los niños y niñas en los diferentes ciclos de Educación Primaria.

Para hablar de proporcionalidad, es necesario disponer de dos magnitudes variables, que se van midiendo en diferentes momentos, o en diferentes individuos o en diferentes situaciones. Diremos que las dos magnitudes variables son directamente proporcionales cuando, siempre que una de ellas aumente o disminuya tantas veces como se proponga, la otra magnitud deberá cumplir el mismo proceso, es decir, deberá aumentar o disminuir ese mismo número de veces.

Matemáticamente, esto es equivalente a decir que entre las dos variables existe una relación del tipo

$$\text{variable 2} = \text{constante} \times \text{variable 1}$$

Pero esta definición clásica no parece fácil de trasladar a los primeros cursos de Educación Primaria. Si no situamos a los niños ante diferentes mediciones de las dos variables, es difícil que comprendan qué es una variable y de qué tipo es la relación que hay entre dos de ellas.

Por eso, al menos en los primeros cursos, preferimos hablar de cómo cambia una de las variables al hacer variar la otra.

Para aclarar el concepto de proporcionalidad, voy a poner un ejemplo y un contraejemplo que se pueden trabajar en Educación Primaria:

- Las dos magnitudes son la base de un triángulo (que va a ir variando) y el área de ese mismo triángulo, que tiene altura fija de 3 cm.

	Triángulo 1	Triángulo 2	Triángulo 3	Triángulo 4	Triángulo 5
Tamaño de la base	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm
Área $= (b \cdot h) / 2$ ($h=3$ cm)	3 cm^2	$4,5 \text{ cm}^2$	6 cm^2	$7,5 \text{ cm}^2$	9 cm^2

Tabla 1. Ejemplo

Podemos observar que si una magnitud ha aumentado en su mitad, vemos que la otra ha aumentado de la misma forma, es decir, ha aumentado en su mitad, aunque esto no suponga un aumento igual en magnitud al de la primera variable.

- Edades de un hijo (variable 1) y un padre (variable 2) entre 1990 y 1996. Sabiendo que el hijo nace en 1990, cuando el padre tiene 26 años.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Hijo	0	1	2	3	4	5	6
Padre	26	27	28	29	30	31	32

Tabla 2. Contraejemplo

En la tabla podemos observar que ciertamente a mayor edad del hijo, mayor edad del padre, que es una de las propiedades que lleva al error de concluir que las magnitudes son proporcionales sin serlo. En este ejemplo, las edades del padre y del hijo no son proporcionales, ya que podemos observar que al doblar la edad del hijo (2,4), no se dobla la edad del padre (28,30). En este contraejemplo, con que falle una vez la proporcionalidad, ya podemos concluir que las magnitudes no son directamente proporcionales.

Es importante hacer notar que, de un año a otro las dos magnitudes variables aumentan en la misma cantidad (1 año). Sin embargo, no aumentan en la misma proporción. Por ejemplo, de 1991 a 1992, la edad del hijo se ha doblado, mientras que la del padre ha aumentado en un $1/26$ de lo que valía.

Por lo tanto, el proceso que debe seguir un niño o niña en la Educación Primaria para conocer si dos magnitudes son o no directamente proporcionales es el siguiente:

¿Son o no son las dos magnitudes siguientes directamente proporcionales?

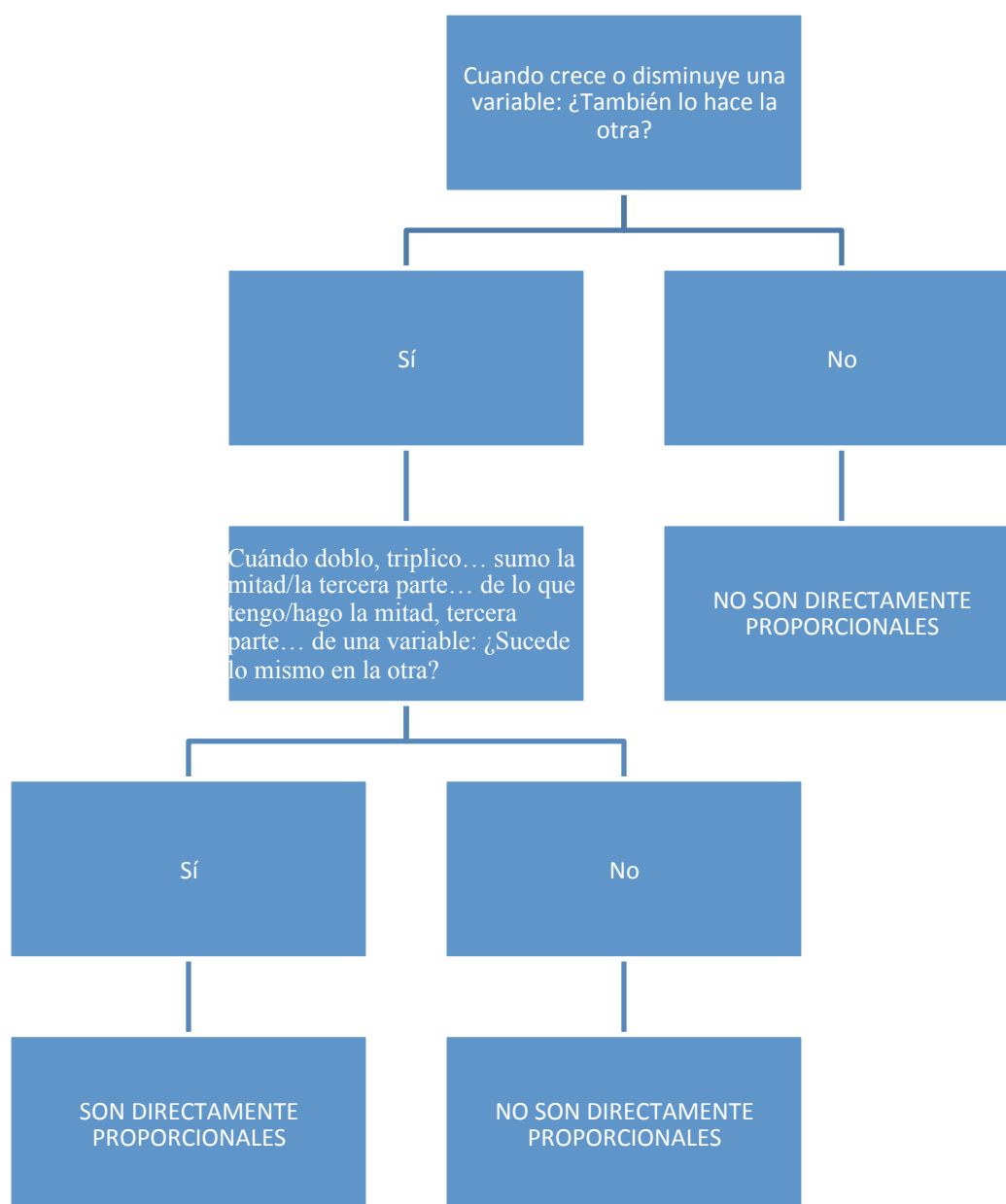


Figura 1. Proceso a seguir por los alumnos para averiguar si dos variables/magnitudes son o no son directamente proporcionales.

Dicho proceso se puede realizar completo o simplemente realizando la última pregunta. Para una correcta adquisición del concepto, de cara a un aprendizaje significativo, los niños y niñas de Educación Primaria deberán realizar el proceso completo hasta que lo tengan completamente adquirido. Podrán entonces suprimir parte del proceso.

Una vez queda definido el concepto de proporcionalidad en lo referente al área de matemáticas, es necesario tener en cuenta las etapas de la psicología genética definidas por Piaget, para la correcta aplicación de este concepto en Educación Primaria.

Por lo tanto, de acuerdo con M. Luisa Fiol y Josep M. Fortuny (1999), voy a citar las características más importantes de cada uno de los estadios de la evolución intelectual de un niño según Piaget, comenzando desde el estadio II (de los dos a los siete años), que es el primer estadio a tener en cuenta ya que comprende dos años de la etapa de Educación Primaria (6-7 años).

- Estadio II: En este estadio, el conocimiento del niño principalmente está relacionado con lo que percibe mediante los sentidos. Al poner a un niño frente a un material, instintivamente lo manipula y observa. Para que la observación realizada por el niño sea interiorizada de forma adecuada, convendrá orientar las actividades de primer ciclo de Educación Primaria de manera que lleven a la comparación, clasificación y ordenación de objetos a partir de propiedades o atributos de los mismos. Dichos atributos deben estar referidos a los sentidos: forma, tamaño, temperatura, sonido...
- Estadio III (de los siete a los doce años): En este estadio, el niño es capaz de realizar la operación entendida como acción interiorizada después de completar el estadio II, es decir, después de la acción con los objetos reales y reflexión de la misma. Esto implica que las estructuras de la inteligencia en este estadio se han interiorizado y adquirido suficientemente (representaciones y acciones) como para poder realizar a nivel interno operaciones mediante imágenes de los objetos externos y las acciones sobre estas.

Característico de este estadio es que el pensamiento del niño siempre debe estar ligado a la realidad de los fenómenos, que es manipulada directamente o mediante la imaginación. El niño necesita una constatación de los fenómenos reales para entenderlos y poder operar mentalmente con los conceptos de dichos fenómenos. En este estadio el niño no puede todavía combinar operaciones sin los esquemas de la lógica proporcionados por el adulto.

Durante este estadio se van adquiriendo nociones de ciertas cantidades físicas y sus cualidades (longitud, tiempo, área, velocidad...) lo que presupone la adquisición de estas magnitudes. De esta forma el niño llega a comparar e identificar diferentes variables que intervienen en un fenómeno, es decir, aparece la posibilidad de medir.

Las operaciones con diferentes cualidades físicas de los objetos y la adquisición correcta de la noción de número natural, desarrolla en el niño una primera noción del concepto de medida y de proporcionalidad.

Aunque la primera noción de proporcionalidad aparezca en este estadio, no quiere decir que no debamos trabajar correctamente esta noción en el estadio anterior, ya que si no se prepara correctamente, la adquisición del concepto puede generar problemas.

- Estadio IV (a partir de los once/doce años): En este estadio, el niño o niña no solo realiza las operaciones de los estadios anteriores, además se desprende de “lo concreto” y sitúa lo real en un conjunto de transformaciones. Los hechos reales son entendidos como parte de todo un universo de transformaciones posibles.

Ante un fenómeno cualquiera, antes de buscar la causa concreta que lo produce, el niño se sitúa en un plano hipotético-deductivo y, mediante las operaciones proposicionales, va separando las hipótesis verdaderas de las que no lo son hasta dar con la específica del caso que estudia. Hay que tener en cuenta que la deducción no trabaja sobre los datos que se ven, sino sobre hipótesis. Este es el razonamiento hipotético deductivo.

Como dice Piaget, las operaciones formales son operaciones de segunda potencia, o sea operaciones sobre operaciones concretas. La proporción, por ejemplo, es una relación entre relaciones que pertenece a las operaciones formales.

Por lo tanto, para la creación de materiales didácticos para una correcta adquisición del concepto de proporcionalidad durante la etapa de Educación Primaria, habremos de tener en cuenta la presencia del concepto en el currículo oficial, la naturaleza del concepto de proporcionalidad, y las etapas de la psicología genética según Piaget.

3. MATERIAL Y MÉTODOS

La propuesta de trabajo en cuanto a la creación de materiales didácticos para la comprensión del concepto de Educación Primaria, se dirige a todos los niveles de esta etapa.

Puesto que la puesta en práctica de todos los materiales resultaría muy compleja para poder valorar la adquisición del concepto al finalizar la etapa de Educación Primaria, solo se pondrán en práctica las actividades diseñadas para 4º de Primaria, concretamente con los alumnos de 4ºA de Educación Primaria de un colegio de Pamplona, donde he realizado prácticas durante diez semanas.

A lo largo de toda la propuesta de trabajo, se pretende que los alumnos y alumnas sean activos, que tomen el rol de protagonistas en su propio aprendizaje, dejando así al profesor en segundo plano como guía de este aprendizaje activo. El rol del profesor se limita a proponer actividades que promuevan la inquietud e interés de los alumnos. Además, el profesor servirá de guía en aquellos momentos que el alumnado presente bloqueos para la superación de las actividades, propondrá desafíos, animará y motivará al alumnado a reconocer sus méritos y aceptar sus errores.

Así pues, se trata de una propuesta motivadora para todos los cursos de Educación Primaria. Para la correcta adquisición del concepto de proporcionalidad, es necesario trabajarlo en todos los cursos de Primaria, por lo que se van a proponer ejercicios que mantienen una conexión a lo largo de los diferentes cursos de la etapa. Pero el estudio práctico, como he citado anteriormente, se limitará a los resultados de la puesta en práctica de los materiales destinados a 4º de Primaria.

3.1 Materiales didácticos para el estudio de la proporcionalidad en Educación Primaria

3.1.1 Materiales didácticos 1º de Primaria

Las actividades propuestas para el curso de 1º de Primaria se desarrollarán a lo largo de 3 sesiones de 60 minutos cada una:

- Sesión 1: Nos dividimos en grupos de trabajo.

- Materiales: Hoja proporcionada por el profesor, cartulina, post-it pequeños y mesas.
- Desarrollo de la sesión:

La primera sesión se realizará el primer día de clase con los alumnos de primero de primaria. Está destinada a que los niños y niñas se coloquen en grupos de trabajo de diferentes tamaños, para la primera semana de curso, y con ello comprueben que hay otras cantidades de objetos que son proporcionales al tamaño de grupos.

En primer lugar, los alumnos estarán situados en mesas individuales. El profesor explicará que tienen que agrupar las mesas y colocarse en grupos, pero que lo van a hacer de una manera especial: Cada grupo tendrá que tener el doble de alumnos que el grupo anterior. De esta manera trabajamos los dobles con los alumnos de 1º de primaria. La asignación de grupos será por orden alfabético. De tal forma que los dos primeros de la lista formen el primer grupo, los cuatro siguientes el segundo grupo y así sucesivamente.

Para la asignación de grupos, una vez explicado el procedimiento, el profesor entregará una hoja a los alumnos de manera individual para que ellos hagan dicha distribución de alumnos en grupos de trabajo. En la hoja (anexo I) aparecerán los nombres de los alumnos con su número de clase. Una vez tengan esa lista, se les entregará una cartulina y post-it pequeños (tantos post-it como alumnos). El profesor explicará que deben poner en cada post-it un número de la lista, colocando todos los números en los diferentes post-it, simulando que los post-it son las mesas de los alumnos. Posteriormente, puesto que los grupos irán aumentando de tamaño hasta el doble que el anterior, los alumnos de manera individual deberán colocar los post-it en la cartulina de esta forma. Los alumnos tendrán que tener en cuenta que la agrupación de post-it (simulación de mesas) tendrá que ser cada vez el doble que en la agrupación anterior.

De esta forma, el alumnado es el principal protagonista de su aprendizaje. Además la actividad puede resultar muy motivadora para ellos ya que son los “arquitectos” de su aula.

Una vez hayan configurado sus cartulinas a partir de las consignas proporcionadas, se pondrá en común en gran grupo para llegar a una distribución de la clase democráticamente. Una vez se haya llegado a un acuerdo, los alumnos y alumnas colocarán las mesas conforme a los grupos establecidos y tendrán su situación en el aula.

▪ Sesión 2: ¿Cuánto material tenemos?

- Material: Hoja proporcionada por el profesor, lápices, goma, rotuladores, tijeras, tacos de post-it.

- Desarrollo de la sesión:

Esta sesión tiene relación con la sesión anterior. Una vez están formados los grupos, ahora deben observar cuánto material individual hay en cada grupo según el número de personas que conforman el grupo.

Para ello, van a tener que cumplimentar una tabla (anexo II) proporcionada por el profesor, donde tendrán que anotar el número de lápices personal, el del grupo y el de otros grupos. Además de lápices anotarán también el número de gomas, rotuladores, tijeras y tacos de post-it. Para cumplimentar la ficha los niños y niñas podrán moverse por los grupos para contar cuánto material tiene cada grupo y anotarlo en su tabla. Después podrán comentar cada tabla con sus compañeros de grupo para ver si coinciden. Con las tablas resultantes de esta sesión iniciaremos la siguiente sesión.

Previamente, el profesor deberá asegurarse de que todos los alumnos dispongan del mismo número de materiales, el material personal de cada alumno será el siguiente:

- 2 lápices
- 1 goma
- 3 rotuladores (rojo, verde, negro)

- 1 tijera
- 4 tacos de post-it (rosa, morado, amarillo, azul)

Con esta sesión los alumnos son capaces de cumplimentar una tabla con los materiales que tiene cada grupo, material necesario para crear la producción final en la última sesión.

▪ Sesión 3: ¡Creamos una tabla de materiales!

- Materiales: Cartulina plastificada (diseñada por el profesor), plantillas de números.
- Desarrollo de la sesión:

La producción final será una tabla (cartulina diseñada por el profesor (anexo III)) donde aparezcan en una columna: ¿Cuántos somos en el grupo? Y en la otra los dibujos de los diferentes materiales.

De esta manera, durante el curso, cada vez que los alumnos cambien de grupo, podrán practicar la proporcionalidad a modo de juego, ya que tendrán que colocar el número de personas que son en el grupo y cuánto material necesitan.

Para ello en esta sesión se les repartirá a cada uno una plantilla (anexo IV) con su número de lista repetido cinco veces que tendrán que decorar y pintar. Una vez realizado ese trabajo se explicará para qué han decorado tantos números.

El profesor recogerá todos los números y los pondrá en una mesa, después les mostrará la cartulina. Les explicará que ha creado esa cartulina para que pongamos a lo largo del curso cuántos materiales necesitamos según las personas que estemos en un grupo.

Para finalizar pondrán los primeros números, indicando cuántas personas hay en el grupo (la profesora habrá diseñado los números correspondientes) y cuánto material necesita cada grupo.

El diseño de estas tres actividades para primero de primaria pretende iniciar a los alumnos en el desarrollo del concepto de la proporcionalidad de una forma práctica y motivadora. En los cursos posteriores se irá intentando ampliar dicho concepto.

3.1.2 Materiales didácticos 2º de Primaria:

Las actividades diseñadas para segundo de primaria, se desarrollarán a lo largo de 7 sesiones de 60 minutos cada una.

- Sesión 1: Nos familiarizamos con las figuras geométricas planas

- Materiales: Juego del Tangram

- Desarrollo de la sesión:

En esta primera sesión, los alumnos se familiarizarán con las figuras geométricas planas. Para ello, en primer lugar el profesor mostrará las figuras del Tangram: 5 triángulos rectángulos, un cuadrado y un paralelogramo o romboide. Conforme vaya mostrándolas, explicará nociones básicas de estas 3 figuras principales: número de lados y formas de los ángulos: rectos, agudos y obtusos. Una vez el profesor haya nombrado las características principales de estas figuras geométricas, los alumnos se colocarán en grupos de 3 personas. A cada grupo se les proporcionará un Tangram y tendrá que ir formando las figuras que el profesor dicte:

- En primer lugar el profesor pedirá que muestren un cuadrado, un triángulo (el más pequeño) y un romboide.
- Después el profesor pedirá que muestren un triángulo más grande que el anterior.
- Después el profesor les pedirá que ordenen los triángulos de menor a mayor.
- Por último les pedirá que con las 7 figuras formen un cuadrado sin que sobre ninguna.

Al finalizar la sesión, los alumnos habrán manejado las figuras geométricas planas y habrán comenzado a conocerlas para desarrollar nuevos conceptos en la siguiente sesión.

- Sesión 2: Número de lados y forma de los ángulos.

- Materiales: Tangram

- Desarrollo de la sesión:

Al inicio de esta sesión el profesor volverá a mostrar el Tangram y realizará preguntas para recordar lo visto en la sesión anterior. Las posibles preguntas son:

- ¿Cuántos lados tiene un cuadrado?
- ¿Cómo son los ángulos de un cuadrado? (En lo que se refiere a los ángulos, se espera que los alumnos contesten que los cuatro son iguales y rectos)
- ¿Cuántos lados tiene un triángulo?
- ¿Cómo son los ángulos de los triángulos del Tangram? (En lo que se refiere a los ángulos, se espera que los niños contesten que tiene un ángulo recto y que los otros dos son agudos)
- ¿Cuántos lados tiene un romboide?
- ¿Cómo son los ángulos del romboide del Tangram? (En lo que se refiere a los ángulos, se espera que los niños contesten que tiene dos ángulos iguales agudos y dos ángulos iguales obtusos)

Para afianzar estos conceptos, el profesor en esta sesión realizará un juego con el número de lados, nombres de estas figuras y formas de sus ángulos. El juego consiste en que el profesor dibuja una figura en la pizarra y realiza preguntas sobre sus propiedades. Los equipos son de 3 personas y responde una vez cada equipo y, si la respuesta no es correcta, se pasa a la respuesta del siguiente equipo.

Con esta sesión los alumnos afianzan las nociones aprendidas en la sesión anterior de una manera lúdica para poder seguir desarrollando conceptos geométricos en la siguiente sesión.

▪ Sesión 3: Dobles, triples, mitades.

- Materiales: Hojas proporcionadas por el profesor.
- Desarrollo de la sesión:

Esta sesión consiste en que los alumnos vean que las longitudes de los lados de las figuras geométricas se pueden doblar o triplicar y, a su vez, comprender que las longitudes de los lados de la figura inicial son la mitad o la tercera parte de las de los lados de la figura final. El profesor

proporcionará, de manera individual, hojas cuadriculadas (anexo V) con triángulos rectángulos y cuadrados de diferentes medidas.

Tendrán que contar cuántos cuadros tienen los lados de cada figura y anotarlos al lado. Una vez que lo hayan hecho, lo pondrán en común y a raíz de los resultados se explicarán las nociones de doble, triple y mitad.

- Explicación del concepto de doble: Por cada cuadradito dibujado que forma el lado del cuadrado habrá que dibujar en el nuevo cuadrado un cuadradito más de lado. De tal forma que, si el primer cuadrado tiene un cuadradito de lado, el siguiente tendrá dos cuadraditos de lado. Si el primer cuadrado tiene más de un cuadradito de lado, habrá que dibujar un cuadradito más por cada cuadradito de lado para construir el siguiente cuadrado.
 - Explicación del concepto de mitad: Cuando doblamos la longitud de los lados de las figuras (por ejemplo el cuadrado de la explicación anterior) cada lado de la figura inicial mide la mitad que el lado de la figura resultante. Es decir que, si tenemos un cuadrado con dos cuadraditos de lado, ahora tendremos que restar un cuadradito para dibujar la mitad. Se realiza el mismo proceso pero quitando un cuadradito por cada dos que tenga el lado de cada figura.
 - Explicación del concepto de triple: Para realizar el doble de la figura, por cada cuadradito de lado, añadíamos un cuadradito más. Ahora, por cada cuadradito de la primera figura, dibujamos 3 cuadraditos de lado en la figura nueva.
 - La explicación de los conceptos de mitad y triple, puede resultarles bastante compleja, por lo que no entraremos a explicar la mitad del triple, ni la tercera parte, hasta que el concepto esté bien asentado. En la explicación de las nociones de mitad, doble y triple, se podrá ejemplificar con diferentes objetos hasta que el concepto quede asentado.
- Sesión 4: ¿Quién utilizó las figuras geométricas planas?
 - Materiales: Diferentes cuadros, hojas cuadriculadas, lápiz, goma.

– Desarrollo de la sesión:

En primer lugar se retomará la sesión anterior pidiendo oralmente que expliquen qué debe hacer el profesor para doblar/triplicar el tamaño de una figura de la pizarra (cuadrícula) y qué debe hacer para reducirla a la mitad. Con esto comprobaremos si el concepto ha quedado adquirido o si hace falta una nueva explicación.

Para continuar, el profesor mostrará diferentes cuadros (anexo VI) donde aparecen figuras geométricas y propondrá a los alumnos la realización de un cuadro con figuras geométricas. Para comenzar la actividad final, el profesor les entregará hojas cuadrículadas para que dibujen en ellas 5 cuadrados (el primero de un cuadradito de lado, el segundo del doble de cuadraditos de lado, el tercero del triple de cuadraditos de lado, el cuarto con el doble de lado del último cuadrado resultante y el quinto con el doble de lado que este último. Les pedirá que dibujen de la misma manera triángulos rectángulos. Puesto que esta actividad puede resultar muy laboriosa, se continuará en las siguientes sesiones.

▪ Sesión 5, 6 y 7: ¡Somos artistas!

- Materiales: hojas cuadrículadas, lápiz, goma, rotuladores, pinturas, tijeras, pegamento.

– Desarrollo de las sesiones:

Durante estas tres sesiones, los alumnos de manera individual irán creando sus obras de arte con las figuras geométricas dibujadas. El profesor hará de guía del proceso e intervendrá cuando haya dificultades. Una vez dibujadas las figuras, las tendrán que pintar con rotuladores o pinturas (ellos eligen su propia técnica) y, después de colorearlas, las recortarán y las pegaran en una cartulina de la manera que más les guste para crear su obra de arte.

Esta es la producción final de las sesiones anteriores. Les ayudará a ir conociendo las figuras geométricas de una forma motivadora y, al mismo tiempo, irán trabajando los conceptos de doble, triple y mitad

para el trabajo de la proporcionalidad directa en los cursos posteriores. Los alumnos, poco a poco, van trabajando conceptos y creando esquemas mentales que les ayudarán a asentar el concepto de proporcionalidad al finalizar la etapa de Educación Primaria de una manera constructiva.

3.1.2 Materiales didácticos 3º de Primaria

Las actividades diseñadas para 3º de Primaria se desarrollarán en 4 sesiones de 60 minutos cada una. En estas actividades, comienzan a aparecer la multiplicación y división como tal, ya que es en este curso donde más se trabajan estas operaciones.

- Sesión 1: ¡Organizamos nuestro trabajo!

- Materiales: Tablas proporcionadas por el profesor.
- Desarrollo de la sesión:

El profesor explicará que el departamento de Educación Física tiene que encargar las camisetas deportivas necesarias para todos los alumnos de Educación Primaria, teniendo en cuenta que a cada alumno se le encargan tres para todo el año. Además, les dirá a sus alumnos que ese departamento les ha elegido para que ellos mismos hagan el pedido. Una vez expuesto el problema, el profesor explicará el trabajo a realizar en las siguientes sesiones:

- La clase se organizará en 6 grupos de investigadores.
- Cada grupo investigará un curso de Educación Primaria del centro, es decir, anotará en una tabla (anexo VII) cuántos alumnos necesitan camisetas de las diferentes tallas (XS, S, M, L).
- Una vez se hayan tomado los datos, se realizarán nuevos grupos con la metodología puzzle. Es decir, cada miembro de un grupo formará parte de un grupo con diferentes miembros de todos los equipos.
- Una vez estén conformados los equipos, pondrán su información en común: cuántas camisetas se necesitan según las tallas en cada clase. Deberán organizar la información en un papel.

- Cuando ya han organizado la información, tendrán que hacer el inventario de camisetas por parejas a través del ordenador mediante una tabla.

Este proyecto se irá desarrollando en las siguientes sesiones. A lo largo de esta sesión el profesor explicará el trabajo a realizar y se conformarán los grupos. Además, se les enseñará las tablas con las que van a trabajar al día siguiente.

▪ Sesión 2: ¿Qué tallas de camiseta necesitan mis compañeros?

- Material: Hojas proporcionadas por el profesor, lápiz y goma.
- Desarrollo de la sesión:

En esta primera sesión, cada grupo se dirigirá a los cursos que les ha tocado investigar y cumplimentará una tabla realizada por el profesor (anexo VII) (El número de tablas proporcionadas a cada grupo será el mismo que el número de aulas que hay en el curso que les haya tocado investigar). Una vez anotada la información, deberán contestar a unas cuestiones planteadas.

Con esta actividad, los alumnos son partícipes de su propio aprendizaje, toman notas y practican los procesos de suma y multiplicación. Se pretende que los alumnos, tras haber anotado cuántos alumnos de cada clase necesitan las diferentes tallas, realicen la operación correspondiente para calcular cuántas camisetas necesitan los compañeros. Con la realización de la última cuestión pretendemos que los alumnos observen que siempre hay que multiplicar por 3 en este caso.

▪ Sesión 3: ¡Creamos el borrador del inventario!

- Materiales: Tablas cumplimentadas en la sesión anterior, folios, lápiz y goma.
- Desarrollo de la sesión:

En esta sesión, los grupos toman otra configuración a través de la metodología puzzle: consiste en que cada miembro del grupo inicial esté con un miembro de los diferentes grupos iniciales y puedan compartir la información. Una vez estén formados los nuevos grupos, compartirán la

información realizando una tabla (anexo VIII) proporcionada por el profesor donde recojan los números de niños de cada curso y cada talla. Y otra tabla análoga donde recojan los números de camisetas de cada curso y cada talla.

Una vez hayan realizado las tablas, el profesor planteará una serie de preguntas de reflexión:

En primer lugar, el profesor pedirá que cada alumno tenga las dos tablas a la vista. Realizará las siguientes cuestiones orales:

- ¿Por qué sale un solo número en la casilla del Total Global sumando los totales de la última fila o sumando los totales de la última columna? ¿Qué significa esto?
- El profesor les dirá que comprueben si cada casilla en la tabla de camisetas es igual a su correspondiente en la casilla de niños multiplicada por 3. ¿También en las casillas correspondientes a los totales? ¿Y en la del total global? ¿Qué significa esto?
- A través de esta interacción oral, el profesor pretende que los alumnos lleguen a la conclusión de que las magnitudes/variables número de niños y número de camisetas son directamente proporcionales. Y que en este tipo de variables, las sumas parciales o totales de datos guardan entre sí la misma proporción que los datos iniciales.

Durante la actividad, el profesor actuará de guía del proceso. Con esta actividad los alumnos ponen en común sus datos y crean el primer borrador del inventario final. Con ese inventario serán capaces de crear el inventario final.

▪ Sesión 4: ¡Creamos el inventario!

- Material: Borrador del inventario, ordenadores.
- Desarrollo de la sesión:

En esta última sesión los alumnos irán al aula de informática y se colocarán en parejas. Deberán crear una tabla a ordenador con el borrador del inventario que previamente han realizado, para entregar al departamento de Educación Física. El profesor explicará cómo crear una

tabla en Word y a partir de ahí crearan sus inventarios finales. En esta actividad, el profesor hará de guía en todo momento y solventará las dificultades que pueda presentar la actividad.

La producción final será un inventario hecho a ordenador para entregar en el departamento de Educación Física. A lo largo de estas actividades, los alumnos van afianzando poco a poco el concepto de proporcionalidad sin haber tenido una explicación de dicho concepto. Aprenden de una forma significativa a afianzar nociones necesarias para adquirir el concepto de proporcionalidad directa de una manera constructiva y motivadora. Además, trabajan el concepto dentro del Bloque de tratamiento de la información propio de las etapas de Educación Primaria. Es a partir de este curso es cuando el profesor dará unas breves pinceladas del concepto a trabajar, la proporcionalidad directa.

3.1.4 Materiales didácticos 4º de Primaria

Estos materiales concretos, como he citado anteriormente, son los que se han puesto en práctica con el aula de 4ºA de Primaria en un colegio de Pamplona. Las actividades diseñadas para 4º de Primaria van encaminadas a la comprensión del concepto de proporcionalidad, donde por primera vez, el profesor comienza a introducir el concepto como tal.

Las actividades diseñadas para cuarto de primaria se desarrollarán a lo largo de 6 sesiones de 60 minutos cada una.

- Sesión 1: Introducción del concepto de proporcionalidad directa

- Materiales: Hoja proporcionada por el profesor
- Desarrollo de la sesión:

El profesor repartirá una hoja (anexo IX) de manera individual en la que hay situaciones para comentar en gran grupo. Las preguntas de esa hoja se contestarán entre todos. Después, el profesor indicará que en una de las situaciones hay proporcionalidad directa y en la otra no. Preguntará cuál creen que tiene proporcionalidad directa. Debido a que no conocen el concepto, el profesor realizará una explicación del mismo:

- En primer lugar el profesor expondrá que, para que haya proporcionalidad, tienen que existir dos magnitudes o variables.
- Esas dos magnitudes se van midiendo en diferentes momentos (años), diferentes lugares (clase de inglés, francés...) o en diferentes situaciones.
- Para que las dos magnitudes o variables sean directamente proporcionales, siempre que una de ellas aumente o disminuya tantas veces como se proponga, la otra magnitud debe aumentar o disminuir ese mismo número de veces.

Por ejemplo: podemos ver que, conforme aumentan los niños de clase de chino (5) al doble (10 en clase de alemán), al triple (15 en clase de francés) o a cuatro veces (20 en clase de inglés), también lo hacen de la misma manera el número de orejas en clase de chino (10), en clase de alemán (20), en clase de francés (30) y en clase de inglés (40). Puesto que las dos magnitudes/variables aumentan de la misma forma, diremos que son directamente proporcionales.

Por otro lado: el peso del hijo en el año 1990 es de 4 kg y en el año 1993 es de 8 kg, es decir, ha pasado a ser el doble que tres años antes. En los mismos años, el peso del padre ha pasado de 81 kg (en 1990) a 82 kg (en 1993), es decir, en estos tres años ha aumentando 2 kg. Las dos variables/magnitudes, peso del hijo y peso del padre, no aumentan de la misma manera, una ha pasado a ser el doble y la otra no. Por lo tanto diremos que no son directamente proporcionales.

El concepto de proporcionalidad directa se explicará tantas veces como sea necesario a lo largo de esta actividad, para que el primer contacto con el concepto sea claro y fuerte.

▪ Sesión 2: ¿Qué magnitudes pueden ser proporcionales?

- Materiales: Cuaderno, lápiz
- Desarrollo de la sesión:

Al comenzar la sesión, el profesor recordará qué es la proporcionalidad y cuándo dos variables/magnitudes son proporcionales. Después se les propondrá a los alumnos que realicen una lluvia de ideas enumerando magnitudes con sus situaciones para anotarlas en la pizarra. Una vez

esté hecha la lluvia de ideas, los alumnos individualmente tendrán que decidir si las variables son proporcionales o no y por qué. Después lo resolveremos en gran grupo. Con esta sesión se pretende afianzar el nuevo concepto de “proporcionalidad directa” para los alumnos. Las inquietudes de los alumnos son las que guían el afianzamiento del concepto ya que la actividad se desarrolla según sus propuestas. En todo momento del proceso el profesor actuará de guía solventando las dificultades que pueda haber en el mismo.

▪ Sesión 3: ¿Las medidas de los planos son directamente proporcionales a las medidas reales?

- Materiales: Hoja proporcionada por el profesor
- Desarrollo de la sesión:

En esta sesión se pretende trabajar las escalas de los planos para descubrir si las medidas de un plano son directamente proporcionales a las medidas de la realidad. Para ello los alumnos en parejas deberán resolver una hoja de ejercicios (anexo X). Antes de resolver la ficha, el profesor indicará que los planos nos proporcionan datos sobre las medidas de los lugares. Los planos se dibujan a escala. Por ejemplo, una escala de 1:100 significa que cada centímetro en el plano representa 100 cm (ó 1 m) en la realidad. Así, el observador de un plano puede hacerse a la idea de las medidas reales del lugar u objeto. Además explicará que las medidas en los planos están representadas a través de cotas, que acotan cada elemento a medir en el plano a través de trazos dónde se colocan encima sus medidas correspondientes. Por último, el profesor recordará la multiplicación con decimales y el cambio de unidades de medida.

Cuando hayan terminado la ficha, se resolverá en gran grupo para poder resolver las cuestiones que les han podido surgir durante el procedimiento. El profesor actuará de guía en todo momento.

Con esta sesión los alumnos podrán ser conscientes de que los planos son proporcionales a la realidad, además trabajarán diferentes

conceptos de las matemáticas como: la multiplicación, incluso con decimales, unidades de medida, proporcionalidad...

▪ Sesión 4: ¡Calculamos la medida real de un espacio!

- Materiales: Hoja proporcionada por el profesor
- Desarrollo de la sesión

A lo largo de esta sesión se pretende que los niños y niñas trasladen la información de un espacio que proporciona un plano, a la información real del mismo. Una vez han conocido el plano en la actividad anterior, se pretende que los alumnos se familiaricen con los planos y escalas. Para ello deberán realizar una ficha (anexo XI) de manera individual.

A continuación, se pondrán en común en gran grupo las dificultades y los resultados de la misma.

▪ Sesión 5: Dibujamos un boceto de nuestra mejor habitación.

- Materiales: Cuaderno, lápiz, goma, regla
- Desarrollo de la sesión

Durante esta sesión el profesor propone a los alumnos que creen un boceto en el cuaderno de la habitación ideal para ellos. Deben recordar que tienen que poner medidas en todos los objetos que quieran incluir en sus habitaciones. Una vez realizado el boceto, deberán crear una tabla con las medidas que aparecen en el plano y con las medidas reales, y justificar que son proporcionales.

Con esta sesión los alumnos trabajan con los conceptos adquiridos en sesiones anteriores. Además, es el borrador de su producción final en la última sesión.

▪ Sesión 6: Somos arquitectos.

- Materiales: Ordenadores
- Desarrollo de la sesión

En esta sesión deberán trasladar los bocetos al ordenador. El programa escogido para trabajar esta actividad es *floorplanner*. El profesor habrá preparado previamente los programas en cada ordenador para que la actividad se desarrolle sin problemas. *Floorplanner* es un programa

donde se pueden diseñar planos de habitaciones con la opción de colocar objetos diversos. Para comenzar a usar el programa, los alumnos deben introducir una cuenta de correo electrónico y contraseña (la proporcionará el profesor). Además, antes de comenzar a diseñar su plano a ordenador, el profesor dará unas directrices de su manejo. Por último, los alumnos imprimirán sus planos.

Durante esta sesión, se pretende poner fin a lo trabajado anteriormente de una manera motivadora para los alumnos. Con el desarrollo de estas 5 sesiones se habrá trabajado el concepto de la proporcionalidad, que seguirá utilizándose y ampliando en cursos posteriores. El aprendizaje del concepto se desarrolla de una manera progresiva y significativa.

3.1.5 Materiales didácticos 5º de Primaria

Una vez trabajado el concepto de proporcionalidad directa como tal en 4º de primaria, los materiales didácticos para esta sesión se ocuparán de recordar dicho concepto y reforzarlo a través de actividades de geometría.

Los materiales didácticos destinados para 5º de primaria se desarrollarán a lo largo de 5 sesiones de 60 minutos.

- Sesión 1: Recordamos el concepto de proporcionalidad directa

- Materiales: Sin material
- Desarrollo de la sesión

Durante esta sesión se recordará el concepto de proporcionalidad directa a través de un ejemplo concreto y un contraejemplo. Aquí proponemos los mismos que hemos puesto en la explicación teórica del concepto. La actividad se desarrollará de forma oral.

Ejemplo:

Las magnitudes son el tamaño de la base del triángulo (que va variando) y el área del triángulo de altura fija 3 cm.

	Triángulo 1	Triángulo 2	Triángulo 3	Triángulo 4	Triángulo 5
Tamaño de la base en cm.	2	3	4	5	6
Área $= (b \cdot h) / 2$ ($h=3$ cm)	3 cm^2	$4,5 \text{ cm}^2$	6 cm^2	$7,5 \text{ cm}^2$	9 cm^2

Tabla 3. Ejemplo

A través del ejemplo y la tabla, se intentará que los alumnos recuerden la proporcionalidad directa. Además, el profesor intentará solventar las dificultades que tengan los alumnos durante el proceso de resolución.

Para ello se realizarán preguntas orales como estas:

- ¿A mayor longitud de la base, mayor área del triángulo?
- ¿El área del triángulo aumenta de la misma forma en todos los casos?
- ¿Son las dos magnitudes variables directamente proporcionales?
¿Por qué?

Contra ejemplo:

Edades de un hijo (variable 1) y un padre (variable 2) entre 1990 y 1996.

Sabiendo que el hijo nace en 1990, cuando el padre tiene 26 años.

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Hijo	0	1	2	3	4	5	6
Padre	26	27	28	29	30	31	32

Tabla 4. Contraejemplo

A través de este contraejemplo se pretende que los alumnos lleguen a la conclusión de que las variables no son directamente proporcionales.

Para ello el profesor expondrá una serie de preguntas guiadas:

- A mayor edad del hijo, ¿mayor edad del padre?
- ¿La edad del hijo aumenta de la misma manera a lo largo de los años que la edad del padre?
- ¿Son las edades del hijo y del padre directamente proporcionales? ¿Por qué?

A lo largo de toda la sesión, el profesor hará de guía del conocimiento. Con esta actividad podemos observar los conocimientos previos del alumnado y reforzarlos. En todo momento se les recordará a los alumnos qué variables son las que queremos medir, ya que esto tiene que quedar claro en cada ejercicio o problema que se les plantee.

- Sesión 2: Estudiamos los polígonos
 - Materiales: Sin material
 - Desarrollo de la sesión

Durante esta sesión, el profesor explicará las propiedades de los paralelogramos: cuadrilátero, rectángulo, rombo y romboide. En cuanto a las propiedades, el profesor citará: el número de lados de estos polígonos, amplitud de sus ángulos, área de los mismos. Se realizarán bastantes ejercicios de forma oral para resolver las áreas de los polígonos.

En esta sesión se pretende que los alumnos recuerden las propiedades de los paralelogramos y el cálculo de sus áreas.

▪ Sesión 3: Área de los polígonos.

- Materiales: Ordenadores
- Desarrollo de la sesión

Esta actividad se desarrollará de manera individual en la sala de ordenadores. Pretende que los alumnos afiancen el cálculo de áreas de los paralelogramos. Para ello los alumnos realizarán una serie de ejercicios por ordenador de la siguiente página web: (http://www.ceipjuanherreraalcausa.es/Recursosdidacticos/QUINTO/datos/03_Mates/datos/05_rdi/ud13/2/02.htm.) Antes de realizar los ejercicios, se recordará de forma oral cómo calcular las áreas de los diferentes paralelogramos.

De esta forma los alumnos practican con el cálculo de áreas de una manera interactiva y motivadora.

▪ Sesión 4: Creamos paralelogramos y calculamos sus áreas

- Materiales: Ordenadores
- Desarrollo de la sesión

Esta sesión se desarrollará en el aula de informática por parejas. Esta vez los alumnos utilizarán el programa Geogebra. Al inicio de la sesión, el profesor explicará el funcionamiento del programa para que puedan desenvolverse ellos mismos con el programa durante la actividad, aunque el profesor esté presente como guía del proceso. Tendrán que realizar las siguientes consignas con el programa:

- Creación de un cuadrado de 1 cm de lado, uno de 2 cm de lado, uno de 3 cm de lado y uno de 4 cm de lado.

- Cálculo de todas las áreas de los cuadrados.
- Creación de un rectángulo con altura fija de 5 cm y base de 7 cm, otro con base de 8 cm, otro con base de 9 cm, y otro con base de 10 cm.
- Cálculo de todas las áreas de los rectángulos.

Una vez hayan creado los cuadrados y rectángulos con el programa, se imprimirán para que tengan una copia de los resultados y poder continuar en las siguientes sesiones.

- Sesión 5 y 6: ¿Las áreas de los paralelogramos son proporcionales al tamaño de sus lados?

- Material: Copias de los ejercicios realizados con Geogebra, cuaderno, lápiz, goma, regla.
- Desarrollo de la sesión

Esta actividad se desarrollará con las mismas parejas de trabajo que en la sesión anterior. Los alumnos tendrán que contrastar los datos para comprobar si las dos variables del cuadrado son proporcionales. Lo mismo con las dos variables del rectángulo. Para ello tendrán que realizar el siguiente trabajo:

Cuadrado:

- ¿Qué variables/magnitudes hemos medido?
- Crea una tabla donde aparezcan las longitudes del lado de los diferentes cuadrados y sus respectivas áreas.
- Cuando aumenta la longitud del lado del cuadrado, ¿aumenta su área?
- ¿Aumentan o disminuyen de la misma manera las dos variables/magnitudes?
- ¿Son o no son variables/magnitudes directamente proporcionales?

Rectángulo:

- ¿Qué variables/magnitudes hemos medido?

- Crea una tabla donde aparezca la longitud de la base de los diferentes rectángulos y sus respectivas áreas.
- Cuando aumenta la longitud de la base del rectángulo, ¿aumenta su área?
- ¿Aumentan o disminuyen de la misma manera las dos variables/magnitudes?
- ¿Son o no son variables/magnitudes directamente proporcionales?

Con estas dos sesiones se pretende afianzar el concepto de proporcionalidad, así como conceptos adquiridos a lo largo de las diferentes sesiones.

3.1.6 Materiales didácticos 6º de Primaria

Puesto que en este curso hay muchos materiales de proporcionalidad, la propuesta diseñada para este curso es la siguiente:

- Sesión 1: ¿Son los tanto por ciento directamente proporcionales?

En primer lugar el profesor presentará el tanto por ciento de forma sencilla. En los problemas de tanto por ciento, hay dos variables directamente proporcionales. Una variable es la cantidad total y la otra es la parte que representa el tanto por ciento con el que estemos trabajando. Para esta explicación el profesor se apoyará en la siguiente tabla:

	Curso 1º	Curso 2º	Curso 3º	Curso 4º	Curso 5º
Total(alumnos)	100	150	200	250	300
Parte(francés)	20	30	40	50	60

Tabla 5. Tabla para explicar proporcionalidad

Por ejemplo, a raíz de esta tabla, sabemos que el 20 % de los alumnos de cada curso hablan francés. El profesor, irá quitando datos de la tabla y entre todos intentarán una manera de volver a colocarlos haciendo operaciones.

Después los alumnos deberán rellenar esta otra tabla y que contesten a la pregunta: ¿qué tanto por ciento de los niños son rubios? (Hay el mismo porcentaje en cada clase)

	Clase 1º A	Clase 1º B	Curso 1º (AyB)	Curso 2º	Curso 3º	Curso hipotético
Total(niños)	20	24			28	100
Parte(rubios)	5	6		8		

Tabla 6. Tabla para aplicar proporcionalidad

Con la preparación en cursos anteriores, se pretende que los alumnos de este curso sean capaces de diseñar su propio algoritmo para resolver estos ejercicios. Para rellenar la Tabla 6, deberían hacerse ellos mismos (o con la ayuda del profesor) preguntas del estilo siguiente:

1) ¿Por cuánto hemos multiplicado el 24 para pasar a 28?

Deberían escribir $28/24$.

-Multiplicamos el 6 por esa misma cantidad ($28/24$), para obtener el resultado:

$6 \times 28/24 = 28:4 = 7$ niños rubios en el tercer curso.

2) ¿Por cuánto hemos multiplicado el 6 para pasar a 8?

Deberían escribir $8/6$.

-Multiplicamos el 24 por esa misma cantidad ($8/6$), para obtener el resultado:

$24 \times 8/6 = 4 \times 8 = 32$ niños en total en segundo curso.

3) Para contestar a la pregunta sobre qué tanto por ciento de los alumnos son rubios, hay que escribir un total hipotético de 100 alumnos y preguntarse:

-¿Por cuánto hemos multiplicado el 20 para pasar a 100?

Deberían escribir $100/20 = 5$.

-Multiplicamos el 5 por esa misma cantidad ($100/20$), para obtener el resultado: $5 \times 5 = 25$ alumnos de cada 100 son rubios.

De esta forma los alumnos están haciendo reglas de tres de forma justificada, no de manera mecánica. Con el desarrollo de este ejercicio planteado se pretende que los alumnos sean capaces de resolver los problemas que vienen en los materiales proporcionados por las editoriales de la siguiente forma:

1. Identificando las variables que aparezcan y preguntándose si son o no directamente proporcionales.
2. Construyendo su propia tabla con los datos proporcionados en el problema.
3. Descubriendo su propio algoritmo para resolver el problema.

4. RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN

En esta sección valoramos la puesta en práctica de las actividades diseñadas para 4º de Primaria con los alumnos de 4ºA de Educación Primaria de un colegio de Pamplona.

Se trata de una clase de 27 alumnos, aunque sólo se van a utilizar los resultados de 25 de ellos, puesto que un alumno presenta una discapacidad visual, y una alumna presenta dislexia, por lo que tienen una Adaptación Curricular Individualizada.

Por último, es importante decir que en el aula se encuentran 4 alumnos extranjeros: una alumna búlgara, otra alumna colombiana y dos alumnos de origen rumano, aunque ninguno de ellos presenta problemas de aprendizaje.

Se trata de un aula heterogénea y, a pesar de ser un grupo muy hablador, hay un ambiente de trabajo muy bueno. Además, estos alumnos están acostumbrados a trabajar a través de metodologías activas tanto en grupos como individualmente

4.1 Sesión 1

El ambiente del inicio de la sesión es bastante tranquilo.

Como punto de partida, ya se sabía de antemano que los alumnos no conocían el concepto de proporcionalidad. La resolución del cuestionario proporcionado en una hoja escrita acerca de los problemas planteados, se ha hecho con normalidad. Las preguntas han sido adecuadas para el nivel de conocimientos de los alumnos en general.

La explicación teórica del concepto ha sufrido interrupciones. Concretamente, los alumnos han interrumpido la explicación con cuestiones acerca de la diferenciación entre variables/magnitudes y los momentos en que se miden las mismas. En general les ha costado diferenciar una variable/magnitud y los momentos o situaciones en las se cuantifican.

La explicación del concepto de proporcionalidad directa a través del ejemplo y contraejemplo explicados anteriormente en el desarrollo de esta sesión se puede calificar de exitosa ya que parece que todos han entendido dicho concepto.

En definitiva, una vez que los alumnos diferenciaron bien las ideas entre magnitudes/variables y los momentos de medición de las mismas, el concepto de proporcionalidad directa se transmitió de una manera muy sencilla y se puede afirmar que el primer contacto con el mismo ha sido realmente bueno.

Esta actividad no resultó muy motivadora para los alumnos ya que fue la explicación teórica del concepto. Esta explicación resulta necesaria para que puedan trabajar la proporcionalidad directa posteriormente de manera más práctica y motivadora.

4.2 Sesión 2

La realización de esta sesión ha resultado muy positiva ya que, a través de sus propias ideas de variables/magnitudes, han resuelto el problema que se presentó en la sesión anterior. Algunas de las variables/magnitudes propuestas han sido:

- Peso/Altura (Peso de todos los compañeros y la altura de los mismos).
- Número de alumnos en cada grupo/número de mesas (los grupos en el aula están distribuidos de la siguiente manera: 3 grupos de 4 alumnos, 3 grupos de 3 alumnos y 1 grupo de 6 alumnos).

Además han afianzado de una manera significativa el concepto de proporcionalidad directa explicado en la sesión anterior. Los resultados expuestos de forma oral han sido mucho mejor de los esperados.

En general se puede decir que la mayoría de los alumnos estaban motivados con el concepto de proporcionalidad directa, ya que al finalizar la sesión muchos de ellos seguían comparando variables/magnitudes de manera oral.

4.3 Sesión 3

Los niños comenzaron la sesión con muchas ganas de trabajar debido a la sesión anterior.

La explicación del plano y las escalas ha transcurrido con normalidad. La mayoría de ellos conocían los planos y, además, tres de los niños sabían qué era una escala. Estos niños han proporcionado la información a sus compañeros, por lo que la mayoría la ha

entendido bien. Ha habido dos alumnos en concreto a los que se les ha tenido que facilitar otras explicaciones para comprender el concepto de escala.

La explicación del concepto de cota ha tenido bastante éxito y les ha resultado muy sencillo comprenderlo.

La comprensión de los conceptos de escala y cota en un plano queda reflejada en los trabajos escritos de los alumnos de la siguiente manera:

El 100% de las parejas ha puesto correctamente los datos en la tabla.

En cuanto a la resolución de las preguntas los resultados han sido los siguientes:

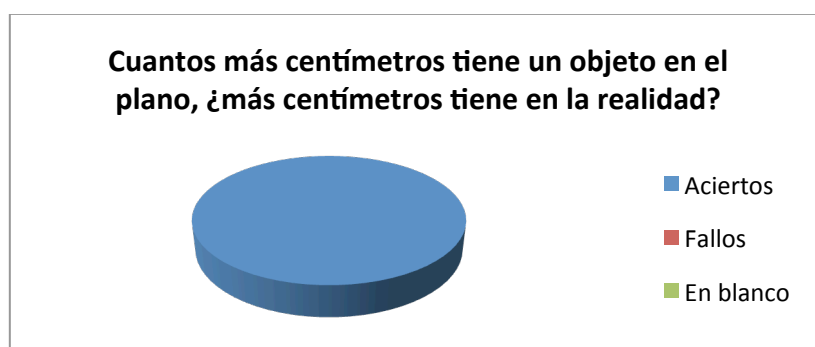


Figura 2. Total de respuestas a la primera cuestión.

En el sector circular se refleja que el 100% de los alumnos ha respondido correctamente a esta cuestión.

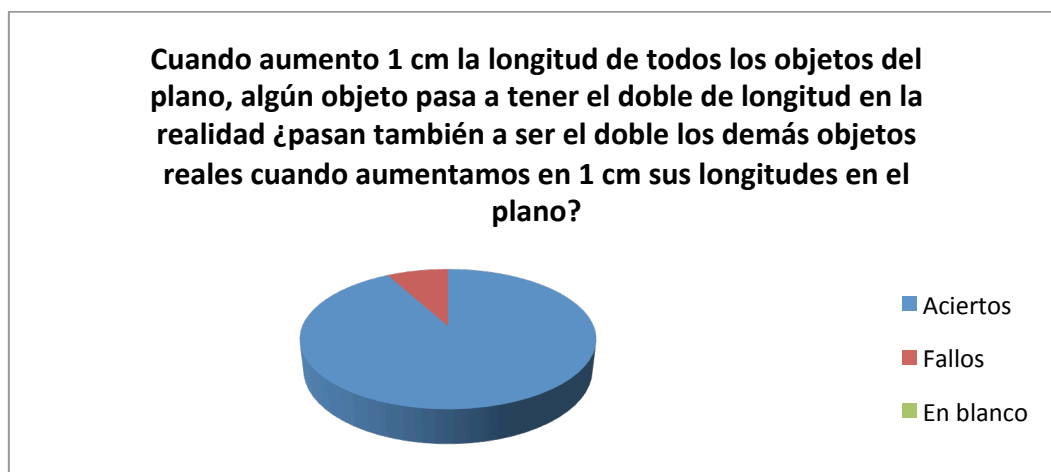


Figura 3. Total de respuestas a la segunda cuestión.

En lo referente a las respuestas a esta cuestión, 23 alumnos han contestado de una manera acertada mientras que 2 alumnos lo han hecho de una manera equivocada.



Figura 4. Total de respuestas a la tercera cuestión.

Las respuestas a esta cuestión obtuvieron los mismos aciertos y fallos que en la cuestión anterior, lo que hace que consideremos que el fallo de la primera pregunta conlleva al fallo de la siguiente. Aunque no siempre es así, en este caso uno de los alumnos que falló en la cuestión anterior, esta vez ha acertado pero el razonamiento de su respuesta no ha sido adecuado. Y otro alumno que acertó la primera cuestión ha fallado en la segunda con un razonamiento no adecuado de la de la misma.

En conclusión, como se muestra en los sectores circulares, la primera cuestión tuvo un 100% de aciertos mientras que las otras dos cuestiones tuvieron 23 aciertos y 2 fallos. Por lo que, en general, se puede concluir que prácticamente todos los alumnos están asentando correctamente el concepto de proporcionalidad directa.

4.4 Sesión 4

Los niños comenzaron la sesión muy alborotados y habladores, lo que interrumpió en varias ocasiones el desarrollo de la sesión.

No tuvieron problemas con la ficha que tuvieron que realizar, ya que la mayoría no tuvieron errores en las operaciones. Puesto que la ficha presenta dos cuestiones, los resultados de las respuestas fueron los siguientes:

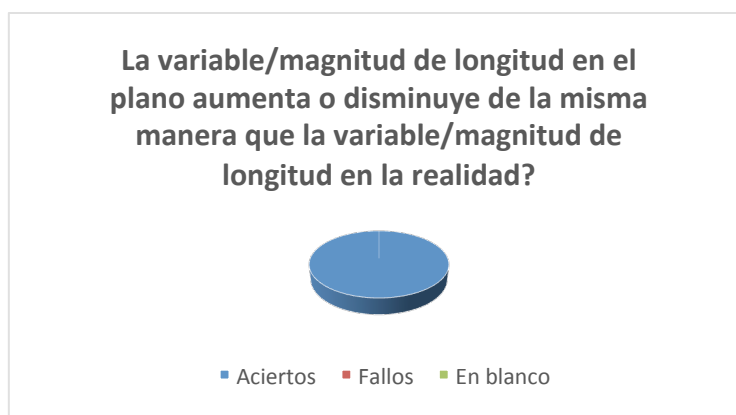


Figura 5. Total de respuestas a la primera cuestión.

La respuesta de esta primera cuestión la respondieron todos los alumnos correctamente en cada una de las fichas individuales.

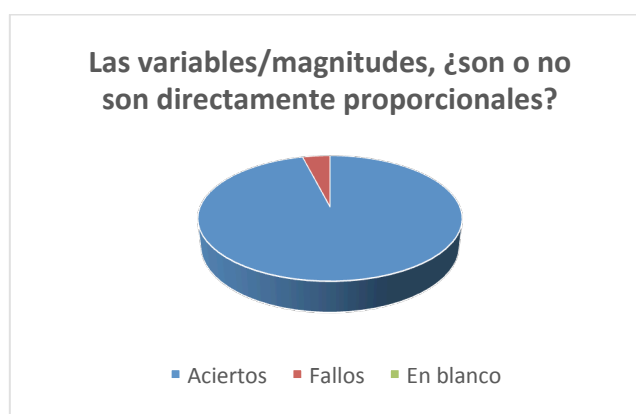


Figura 6. Total de respuestas a la segunda cuestión.

La respuesta a esta segunda cuestión la acertaron 24 alumnos y la falló 1 alumno.

En cuanto al razonamiento de la última cuestión, la mayoría de los alumnos justifican la respuesta explicando que el aumento o disminución de una variable se realiza de la misma manera en las dos variables. La gran mayoría de los ejercicios tienen ejemplos concretos de la justificación.

Puesto que esta ficha se pone en común, aquellas dudas que pudieran tener los alumnos han quedado resueltas y parece que todos han alcanzado el mismo nivel en cuanto a lo que la adquisición del concepto se refiere.

Como he señalado antes, la clase estaba bastante alborotada y la puesta en común ha resultado un poco difícil, algunos de los factores que han podido intervenir son:

- Que estuviesen cansados, puesto que era la última hora de la tarde.

- Pérdida de la concentración: Puesto que los resultados de las cuestiones eran bastante acertados, muchos de ellos optaron por no escuchar e interrumpir las explicaciones.

4.5 Sesión 5

El desarrollo de la sesión ha sido muy bueno en general. Se respiraba un buen ambiente de trabajo. Debido a que tenían que realizar un boceto de cómo sería su habitación ideal, han estado muy motivados por lo que han trabajado muy bien.

Los alumnos han tenido que realizar también una tabla con las diferentes variables/magnitudes. Además, han contestado a las dos preguntas trabajadas en sesiones anteriores.

El resultado de esta práctica en lo referente a la creación de tabla y respuesta de cuestiones ha sido un 100% de aciertos por lo que podemos concluir que todos los alumnos comprenden el concepto de proporcionalidad directa y además saben trabajarlo en diferentes situaciones.

Las ideas de bocetos han sido muy variadas y muy originales. Todos los alumnos han mostrado un claro interés en la realización de los bocetos.

4.6 Sesión 6

La sesión ha comenzado de nuevo de una forma alborotada, los alumnos estaban muy habladores. Cabe resaltar que comentaban sus bocetos y que el espacio de esta sesión es la sala de ordenadores, por lo que el alboroto podía entrar dentro de la normalidad.

Una cuestión a resaltar es que el desarrollo de la explicación del programa “floorplanner” se ha podido realizar sin ninguna interrupción, todos los alumnos mostraban un gran interés.

La realización de planos con el programa informático a través de los bocetos previos se ha realizado con éxito. En general no han tenido ningún problema con el programa utilizado para ello.

Los alumnos han estado muy motivados en esta sesión, además la gran mayoría se sentían satisfechos de haber sabido realizar un plano a ordenador utilizando los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones.

4.7 Evolución de las sesiones

Después de analizar los resultados de cada sesión, voy a analizar la evolución de las mismas:

En primer lugar, podemos ver que las sesiones comienzan de una forma poco motivadora. Les cuesta comprender el concepto de proporcionalidad directa en la primera sesión, debido a que no diferencian las variables/magnitudes a cuantificar y los distintos momentos de las mediciones.

A lo largo de la segunda sesión se ve una clara evolución en la diferenciación entre las variables/magnitudes a cuantificar y sus momentos o situaciones. El concepto comienza a motivarles en esta sesión al hacer que propongan ellos mismos las variables que quieran comparar.

En la tercera sesión se refleja que todos los alumnos colocan bien los datos en una tabla. Además, hay un 100% de respuestas acertadas en la primera cuestión y un total de 22 alumnos que contestan de forma acertada a las siguientes cuestiones frente a 3 alumnos que contestan de una manera errónea. Esto nos permite ver que los alumnos van poco a poco adquiriendo el concepto de proporcionalidad directa a través de la resolución de los ejercicios propuestos.

En la cuarta sesión es donde se puede observar que el concepto de proporcionalidad directa está prácticamente bien asimilado por parte de todos los alumnos. En este caso las respuestas acertadas a las cuestiones son 24 frente a las respuestas fallidas, solo una. La justificación de la cuestión final es la que concluye que la mayoría de los alumnos ha adquirido el concepto de proporcionalidad directa de una forma correcta.

Por último, las sesiones cinco y seis son donde los alumnos deben demostrar el aprendizaje adquirido a lo largo de las sesiones anteriores. Los alumnos muestran conocimientos de: proporcionalidad directa, planos, escalas y cotas. El desarrollo de estas dos sesiones con resultados del 100% de aciertos en las cuestiones a resolver en

la sesión cinco nos lleva a concluir que los alumnos han adquirido el concepto de proporcionalidad directa de una manera satisfactoria.

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Al comienzo de este trabajo, se proponen una serie de cuestiones con el objetivo de intentar resolverlas tras la aplicación práctica de uno de los materiales diseñados para la preparación al estudio de la proporcionalidad directa. Así pues, una vez llevado a la práctica se obtienen las siguientes conclusiones:

¿Es posible incluir actividades encaminadas a preparar el aprendizaje de la proporcionalidad directa en los primeros ciclo?

Tras las sesiones de la puesta en práctica de la propuesta, se puede afirmar que es posible incluir en los primeros ciclos actividades encaminadas a preparar el aprendizaje de la proporcionalidad directa. Aunque es cierto que, al inicio de las sesiones, los alumnos tuvieron algunas dificultades para comprender el concepto, el desarrollo del mismo se fue realizando significativamente y con éxito a lo largo de todas las actividades diseñadas para el cuarto curso de Educación Primaria.

Por otro lado, para la correcta adquisición del concepto al finalizar la etapa de Educación Primaria, es necesario incluir actividades en todos los cursos de dicha etapa. Como se puede observar en el trabajo, es posible incluir actividades que desarrollen la adquisición del concepto desde primero de primaria hasta sexto de primaria. Aunque en este caso concreto, necesitaríamos un proceso de seis años para comprobar si los materiales diseñados favorecen el desarrollo de la adquisición del concepto.

¿Son capaces los alumnos de resolver problemas de proporcionalidad directa sin recurrir directamente al algoritmo?

Como se puede observar en los materiales diseñados, los alumnos resuelven problemas de proporcionalidad directa sin aplicar el algoritmo.

Para favorecer la adquisición del concepto, se facilitan otro tipo de herramientas alejadas del propio algoritmo. Las herramientas proporcionadas principalmente son las cuestiones que los alumnos deben realizar para averiguar si dos variables están o no en proporcionalidad directa.

Esta herramienta pretende ayudar a elaborar esquemas mentales del procedimiento a seguir para reconocer la proporcionalidad directa. Los esquemas que la herramienta pretende que adquieran los alumnos son los siguientes:

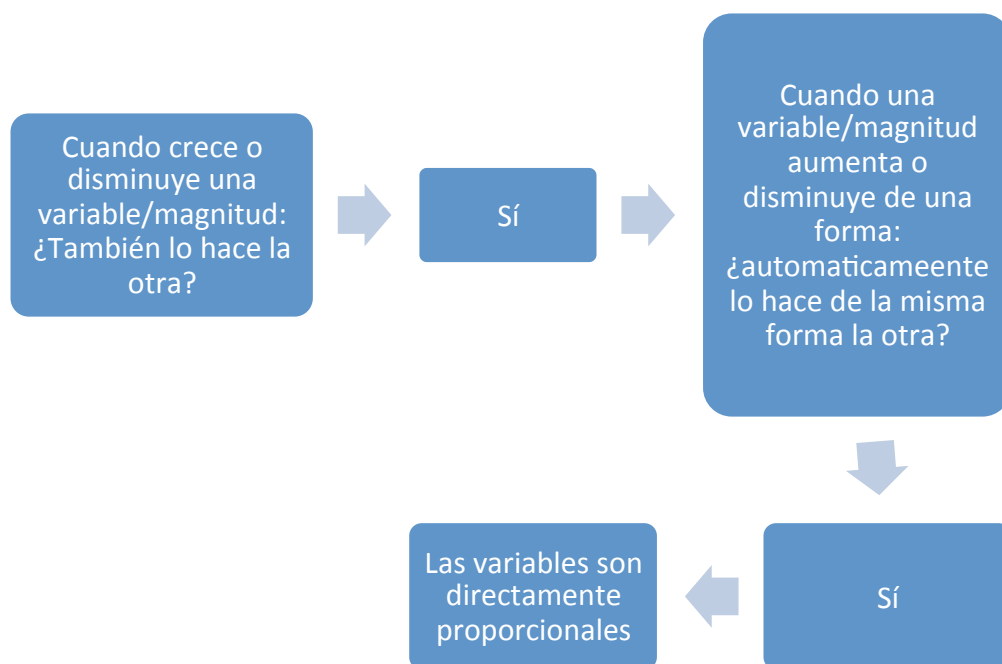


Figura 7. Esquema cognitivo a realizar por el alumnado.

Por lo tanto, la negativa a cualquiera de esas dos cuestiones supone para los alumnos la automática respuesta de que es un problema donde sus variables/magnitudes no están en proporcionalidad directa.

¿Las propuestas didácticas de preparación al estudio de la proporcionalidad directa mejoran la adquisición del concepto?

Tras la aplicación de materiales didácticos para preparar el concepto de proporcionalidad directa en cuarto curso de Educación Primaria, se puede concluir que dichas propuestas mejoran la adquisición del concepto.

La conclusión puede observarse tras el análisis de las sesiones, en las que todos los alumnos han adquirido el concepto de una manera significativa y de forma adecuada.

Al inicio de la puesta en práctica, partíamos de que los alumnos no tenían conocimientos previos acerca del concepto, por lo tanto a través de la aplicación de estos materiales sí que se ha mejorado la adquisición del concepto conforme a la situación inicial.

Pero la respuesta a esta cuestión resulta demasiado ambiciosa, ya que para contestar correctamente a esta pregunta habría que utilizar todos los materiales diseñados para mejorar la preparación del concepto a lo largo de toda la etapa de Educación Primaria. Creación de materiales didácticos para trabajar la proporcionalidad en Educación Primaria

Además habría que comparar los resultados obtenidos a través de estas propuestas didácticas con los resultados obtenidos a través de otras propuestas didácticas y metodológicas diferentes.

¿Qué situaciones de la vida cotidiana pueden presentarse a los alumnos como ayuda para la adquisición del concepto?

En todo momento, en la puesta en práctica de los materiales diseñados para cuarto, se propone la resolución de problemas reales. Problemas que se relacionan con su vida cotidiana. En nuestra opinión, es algo muy importante para mejorar la adquisición de cualquier concepto.

De esta manera se fomenta que los alumnos tengan inquietudes personales para resolver problemas matemáticos y que en un futuro puedan trasladar los conceptos adquiridos a través de estos problemas matemáticos, a la resolución de problemas que puedan aparecer en su entorno.

Además, todas las actividades diseñadas para el desarrollo del concepto a lo largo de la Educación Primaria contienen situaciones/problemas reales planteados por el profesor a resolver por los alumnos. Dicha resolución les proporciona respuestas encaminadas a desenvolverse en una situación real. Con esta metodología de aprendizaje se pretende favorecer el aprendizaje significativo a través de un aprendizaje constructivo.

Las situaciones de la vida cotidiana que se plantean en estos materiales didácticos son:

- Reparto de material personal de trabajo.
- Creación de una tabla para cuantificar el material de trabajo durante el curso.
- Creación de cuadros con figuras geométricas.
- Elaboración de un inventario real de material para ser utilizado por el departamento de Educación Física.
- Creación de un plano real.
- Resolución de problemas proporcionales aplicables a problemas de su vida cotidiana.

Las actividades diseñadas para el tercer ciclo se apartan más de situaciones reales ya que se pretende que los alumnos en el último ciclo sean capaces de resolver cualquier

problema matemático real o ficticio, que tenga variables/magnitudes directamente proporcionales.

La utilización de recursos informáticos, ¿supone el incremento de la motivación para la preparación al estudio de la proporcionalidad directa en segundo ciclo?

Tras la sesión de ordenador se puede observar que incluir actividades para el desarrollo de una sesión a través de recursos informáticos aumenta la motivación del alumno.

A lo largo de la sesión se observó un incremento de la motivación en el alumnado. El interés en la explicación del uso del programa utilizado y la manera de trabajar en esa sesión por parte de los alumnos fue muy positivo.

El ordenador es un recurso muy motivador para los alumnos ya que todos o la mayoría de ellos utilizan pantallas electrónicas diariamente. Por otro lado, el cambio de espacio de trabajo del aula a la sala de ordenadores también es un elemento ilusionante para los alumnos, ya que supone un cambio de espacio de trabajo a un espacio que contiene elementos motivadores para ellos, los ordenadores.

Por ello, la mayoría de las actividades diseñadas para preparar el concepto de proporcionalidad contienen actividades a realizar por los alumnos a través del ordenador. Algunas de las actividades diseñadas que permiten la utilización de este recurso son las siguientes:

- Creación de un inventario real.
- Utilización del programa “Geogebra”.
- Utilización del programa “floorplanner”.

Con todas estas conclusiones, se proponen a continuación una serie de preguntas abiertas que hacen plantear mejoras de cara a futuras aplicaciones en el aula.

- ¿Se hubiera adquirido mejor el concepto de proporcionalidad directa si hubiéramos proporcionado el algoritmo?
- ¿Hubieran comprendido mejor la naturaleza del concepto si los problemas de ejemplificación hubieran sido más cercanos a su vida cotidiana?

Por último, en función de los objetivos planteados para esta propuesta de trabajo, podemos obtener las siguientes conclusiones:

Creación de materiales didácticos para trabajar la proporcionalidad en Educación Primaria

Respecto al primer objetivo *“Intentar prevenir con actividades en los primeros ciclos de Primaria los errores más frecuentes observados por profesores de Educación Secundaria Obligatoria del concepto de proporcionalidad”*, hay que decir que los materiales diseñados han sido creados para prevenir errores frecuentes en la Educación Secundaria Obligatoria. Puesto que es un objetivo bastante ambicioso, su evolución se podría observar una vez puesta en práctica toda la propuesta diseñada durante varios años para analizar así si se previenen esas dificultades. No obstante, puede decirse que el intento de prevenirlas está conseguido como objetivo principal.

Respecto al segundo objetivo, *“incluir actividades encaminadas al estudio de la proporcionalidad directa en todas las etapas de Educación Primaria para una adecuada adquisición del concepto,”* se puede decir que es un objetivo logrado ya que a través de la propuesta de trabajo, se han diseñado actividades encaminadas al estudio de la proporcionalidad directa en todos los cursos de Educación Primaria.

En lo referente al tercer objetivo, *“elaborar materiales para todos los cursos de Educación Primaria, en función de las dificultades de los alumnos observadas en la ESO”*, se puede afirmar que los materiales diseñados han sido creados a partir de problemas concretos que han señalado profesores de ESO tras varias entrevistas. Las dificultades más frecuentes que los profesores de ESO encontraban son las siguientes:

- Problemas en la asimilación del concepto.
- Uso de la regla de tres de una forma mecánica.
- Problemas en la diferenciación de variables.
- Confusión entre problemas sobre proporcionalidad directa y problemas de variables no proporcionales.

Por lo tanto, todas las actividades han sido diseñadas teniendo en cuenta esas dificultades y revisadas por profesores de ESO para comprobar si el material podría servir para intentar resolver esas dificultades. De acuerdo con profesores de ESO, se podría decir que el material puede ser muy útil para mejorar la adquisición del concepto de proporcionalidad directa.

REFERENCIAS:

- Barodooy, A. J. (1988). *El pensamiento matemático en los niños*. Madrid: Visor/MEC.
- Castro, E. (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. Proporcionalidad entre magnitudes*. 533-558, Madrid: Síntesis.
- Corral, A. (1986). La dificultad de enseñar el razonamiento proporcional. *Infancia y aprendizaje*. 35-36,47-58.
- Currículo Educación Primaria (2007). Área de Matemáticas. Vol 1, 97-120.
- Fiol, M^aL; Fortuny, J. (1999) *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.
- Fraile, J. (2007) *Matemáticas 1*. Madrid: Vicens-Vives, Ediciones, S.A.
- Fraile, J. (2007) *Matemáticas 2*. Madrid: Vicens-Vives, Ediciones, S.A.
- Fraile, J. (2007) *Matemáticas 3*. Madrid: Vicens-Vives, Ediciones, S.A.
- Fraile, J. (2007) *Matemáticas 4*. Madrid: Vicens-Vives, Ediciones, S.A.
- Fraile, J. (2007) *Matemáticas 5*. Madrid: Vicens-Vives, Ediciones, S.A.
- Fraile, J. (2007) *Matemáticas 6*. Madrid: Vicens-Vives, Ediciones, S.A.
- García, P; Uriondo, J; Rodríguez, M (2002) *Matemáticas 6, entre amigos*. Madrid: Santillana Educación, S.L.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. (Recuperable en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. (Recuperable en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid. Morta/MEC * Resnick, L; Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós-M.E.C.

Rivas, M; Gordino, J; Castro, W (2012). Desarrollo del Conocimiento para la Enseñanza de la Proporcionalidad en Futuros Profesores de Primaria. *Bolema*.559-588. V.26, 42B.

Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.






Anexo I

CLASE: 1º**Profesor/a:****Nombres:**

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.
- 10.
- 11.
- 12.
- 13.
- 14.
- 15.
- 16.
- 17.
- 18.
- 19.
- 20.
- 21.
- 22.
- 23.
- 24.
- 25.
- 26.
- 27.
- 28.
- 29.
- 30.

Anexo II

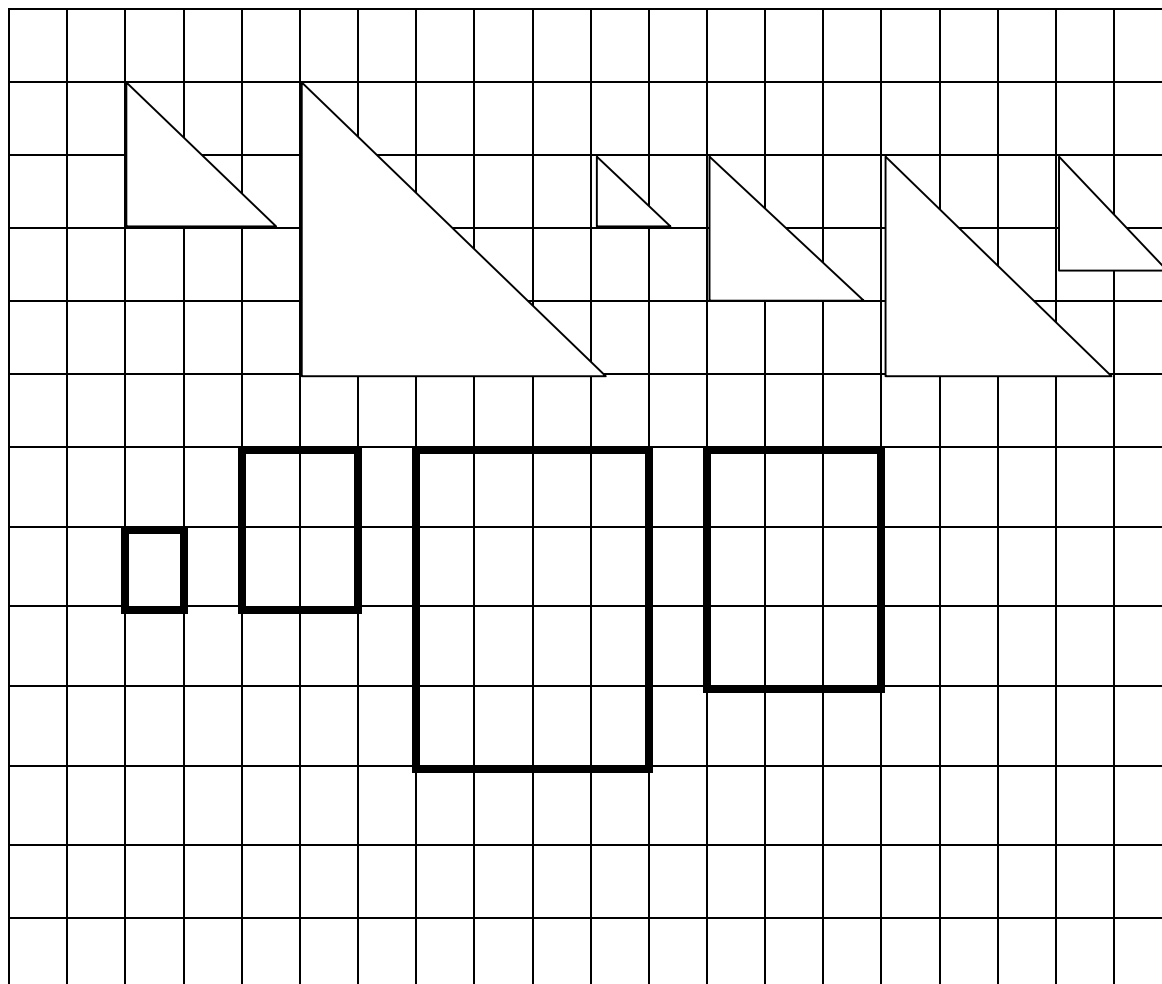
	Yo (1)	El grupo uno (2)	El grupo dos (4)	El grupo tres (8)	El grupo cuatro (16)
Lápices					
Gomas					
Rotuladores (rojo, verde, negro)					
Tijeras					
Tacos de post-it					

Anexo III	¿CUÁNTO S SOMOS EN EL GRUPO 1?	¿CUÁNTO S SOMOS EN EL GRUPO 2?	¿CUÁNTO S SOMOS EN EL GRUPO 3?	¿CUÁNTO S SOMOS EN EL GRUPO 4?	¿CUÁNTO S SOMOS EN EL GRUPO 5?	¿CUÁNTO S SOMOS EN EL GRUPO 6?
						
						
						
						
						

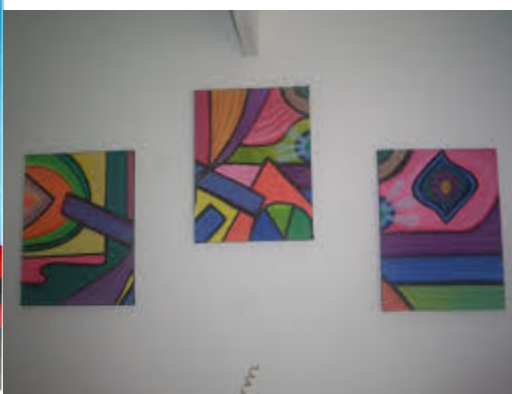
Anexo IV

1 2 3 4 5
6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16
17 18 19
20 21 22
23 24 25
26 27 28
29 30

Anexo V



Anexo VI



Anexo VII

NIÑOS TALLA XS	NIÑOS TALLA S	NIÑOS TALLA M	NIÑOS TALLA L	TOTAL NIÑOS

- ¿Cuántos alumnos hay en la clase?
- Resuelve. Si cada niño necesita tres camisetas para todo el curso, ¿cuántas camisetas de cada talla se necesitan?

Operaciones:

Solución:

CAMISETAS XS	CAMISETAS S	CAMISETAS M	CAMISETAS L	TOTAL CAMISETAS

Anexo VIII

	XS	S	M	L	TOTAL
Primero de Primaria					
Segundo de Primaria					
Tercero de Primaria					
Cuarto de Primaria					
Quinto de Primaria					
Sexto de Primaria					
TOTAL					TOTAL GLOBAL

Anexo IX

1.- Número de niños en las clases particulares de inglés, francés, alemán, chino y el número de orejas totales

	Clase de Inglés	Clase de Francés	Clase de Alemán	Clase de Chino
Nº de niños	20	15	10	5
Nº de orejas	40	30	20	10

Cuestiones:

Cuantos más niños hay, ¿más número de orejas hay?

Cuando doblamos/triplicamos la cantidad de niños, ¿sucede lo mismo con la cantidad de orejas?

2.- Los pesos de un padre y de un hijo entre el año 1990 y el 2000

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Hijo	4kg	6kg	7kg	8kg	10kg	10kg	11kg	14kg	16kg	16kg	20kg
Padre	81kg	83kg	81kg	82kg	80kg	83kg	81kg	81kg	82kg	83kg	84kg

Cuestiones:

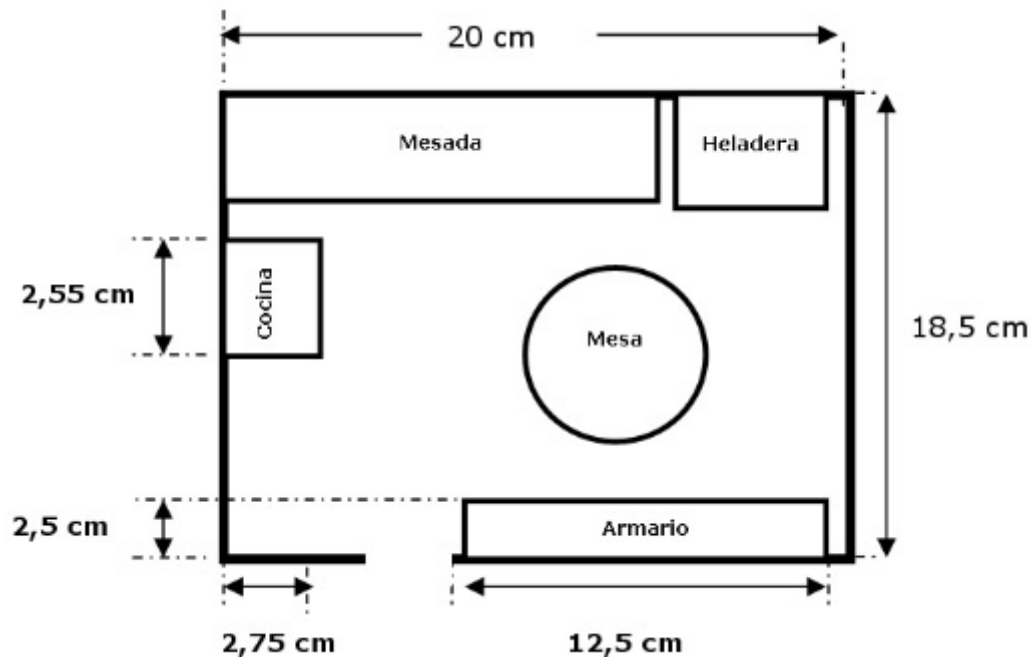
¿Podemos saber cuánto pesarán en el 2003?

¿A más kg del hijo más kg pesa el padre?

Cuando se dobla el peso del hijo, ¿se dobla el peso del padre?

Anexo X

1.- A continuación se presenta un plano de una habitación real con las medidas en el plano y las medidas reales de los objetos. La escala de este plano es 1:10 lo que quiere decir que un centímetro en la realidad suponen 10 cm en el espacio real.



Medidas reales del plano:

- 20 cm en el plano= $20 \cdot 10 = 200 \text{ cm} = 2 \text{ metros}$ en la realidad.
- 18,5 cm en el plano= $18,5 \cdot 10 = 185 \text{ cm} = 1,85 \text{ metros}$ en la realidad.
- 12,5 cm en el plano= $12,5 \cdot 10 = 125 \text{ cm} = 1,25 \text{ metros}$ en la realidad.
- 2,75 cm en el plano= $2,75 \cdot 10 = 27,5 \text{ cm}$ en la realidad.
- 2,5 cm en el plano= $2,5 \cdot 10 = 25 \text{ cm}$ en la realidad.
- 2,55 cm en el plano= $2,55 \cdot 10 = 25,5 \text{ cm}$ en la realidad.

Coloca las medidas en una tabla:

	Largo de la habitación	Ancho de la habitación	Longitud del armario	Pared	Profundidad del armario	Longitud de cocina
Medida en el plano						
Medida real						

Cuestiones:

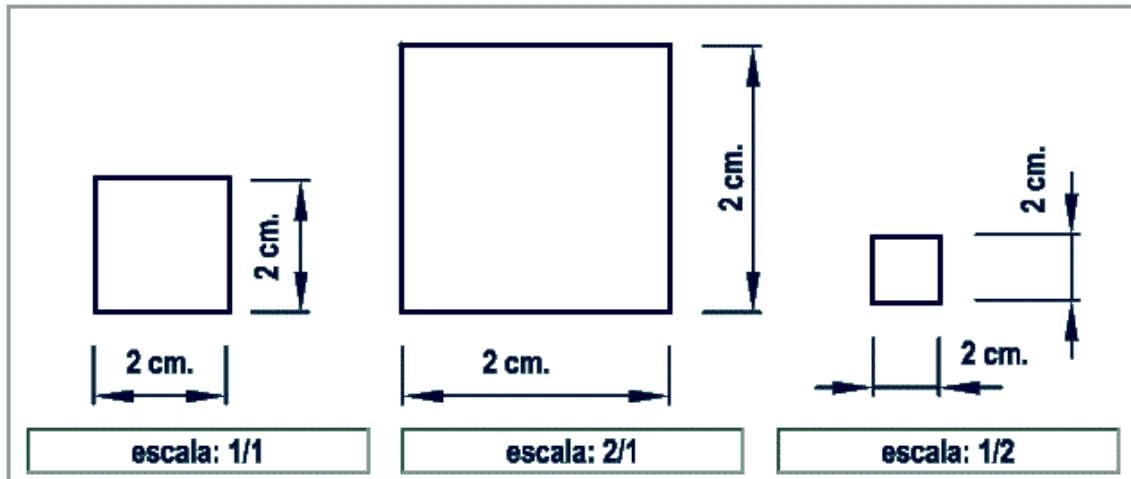
- 1.- Cuantos más cm tienen los objetos del plano, ¿más cm tiene la realidad?

- 2.- Cuando aumento 1 cm la longitud de todos los objetos del plano, algún objeto pasa a tener el doble de longitud en la realidad, ¿pasan también a ser el doble los demás objetos reales cuando aumentamos en 1 cm sus longitudes en el plano?

- 3.- ¿Las medidas del plano son directamente proporcionales a las medidas reales?

Anexo XI

1.- A continuación se presenta un plano con 3 medidas de 3 objetos diferentes con sus escalas.



Cuestiones:

Calcula las medidas de la realidad de cada objeto:

Pon los datos en las diferentes tablas

Longitud en el plano		
Longitud en la realidad		

Escala:

Longitud en el plano		
Longitud en la realidad		

Escala:

Longitud en el plano		
Longitud en la realidad		

Escala:

¿La variable "longitud en el plano" aumenta o disminuye de la misma manera que la variable "longitud en la realidad"?

¿Las variables son o no son directamente proporcionales? Justifica tu respuesta.

